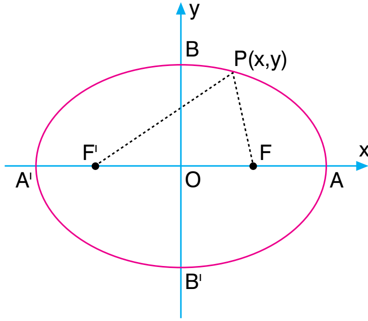




ELİPSİN ANALİTİK İNCELEMESİ

Düzlemde sabit olan iki noktaya uzaklıkları toplamı sabit olan noktalar kümesine "elips" denir. Sabit iki noktaya elipsin odakları denir.



F, F' : elipsin odakları

O : elipsin merkezi

A, A' : asal (büyük) eksen köşeleri

B, B' : yedek (küçük) eksen köşeleri

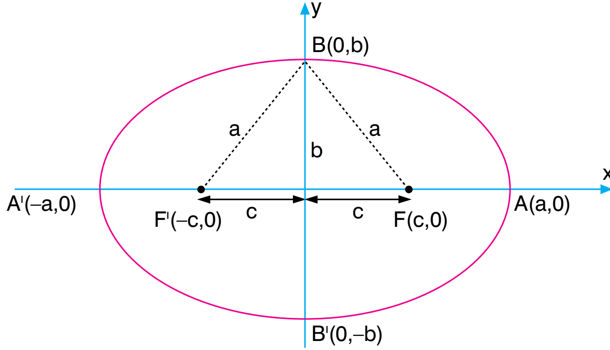
[AA'] : Elipsin asal (büyük) ekseni

[BB'] : Elipsin yedek (küçük) ekseni

Elipsin üzerindeki tüm P(x,y) noktaları için $|PF| + |PF'| = |AA'|$ şartı sağlanır.

Merkezil Elips

Merkezi orijinde ve eksenleri koordinat eksenleri olan elipstir.

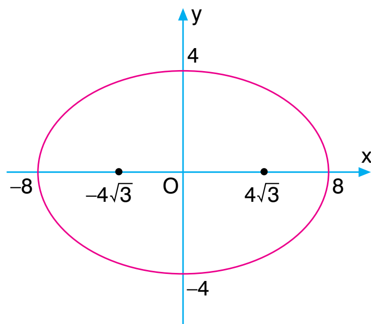


Elipsin Asal Eksen Uzunluğu : $|AA'| = 2a$

Elipsin Yedek Eksen Uzunluğu : $|BB'| = 2b$

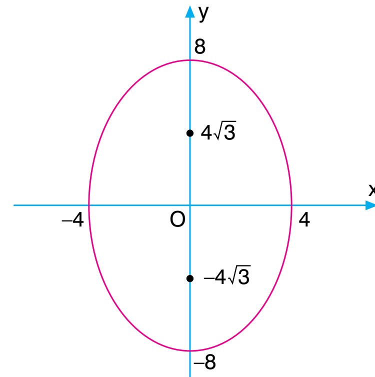
Elipsin Odakları Arasındaki Uzaklık : $|FF'| = 2c$

$|BF| = |BF'| = a$ ve $a^2 = b^2 + c^2$ dir.



Yukarıda verilen merkezil elips için şunları söyleyebiliriz.

- Asal ekseni, x ekseni üzerindedir.
- Yedek ekseni, y ekseni üzerindedir.
- Asal eksen köşeleri (8,0) ve (–8,0)
- Yedek eksen köşeleri (0,4) ve (0,–4)
- Odak noktaları $(4\sqrt{3},0)$ ve $(-4\sqrt{3},0)$



Yukarıda verilen merkezil elips için şunları söyleyebiliriz.

- Asal (büyük) ekseni, y ekseni üzerindedir.
- Yedek (küçük) ekseni, x ekseni üzerindedir.
- Asal eksen köşeleri (0,8) ve (0,–8)
- Yedek eksen köşeleri (4,0) ve (–4,0)
- Odak noktaları $(0,4\sqrt{3})$ ve $(0,-4\sqrt{3})$



soru 1

Analitik düzlemde, asal ekseni x ekseni olan elips şekilde gösterilmiştir.

Buna göre

I. Elipsin odak noktaları F(2,0) ve F'(–2,0) dır.

II. Elipsin asal eksen köşeleri A(4,0) ve A'(–4,0) dır.

III. Elipsin yedek eksen köşeleri $B(0,2\sqrt{3})$ ve $B'(0,-2\sqrt{3})$ tür.

ifalerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

A) I B) II C) III D) I, II E) I, II, III

soru 2

Analitik düzlemde, asal ekseni y ekseni olan elips şekilde gösterilmiştir.

Buna göre

I. Elipsin odak noktaları F(0,2) ve F'(0,–2) tür.

II. Elipsin asal eksen köşeleri $B(2\sqrt{3},0)$ ve $B'(-2\sqrt{3},0)$ dır.

III. Elipsin yedek eksen köşeleri A(0,4) ve A'(0,–4) dür.

ifalerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

A) I B) II C) III D) I, III E) I, II, III

soru 3

Analitik düzlemde, asal ekseni x ekseni olan elips şekilde gösterilmiştir.

Şekilde verilen elips için

I. Asal eksen uzunluğu 20 br dir.

II. Yedek eksen uzunluğu 10 br dir.

III. Odaklar arası uzaklığı $10\sqrt{3}$ br dir.

ifalerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

A) I B) I, II C) II, III D) I, III E) I, II, III

soru 4

Analitik düzlemde, asal ekseni y ekseni olan elips şekilde gösterilmiştir.

Şekilde verilen elips için

I. Asal eksen uzunluğu 10 br dir.

II. Yedek eksen uzunluğu 20 br dir.

III. Odaklar noktalarının koordinatları $(0,5\sqrt{3})$ ve $(0,-5\sqrt{3})$ tür.

ifalerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

A) I B) II C) III D) I, II E) I, II, III

soru 5

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 8 br, yedek eksen uzunluğu 6 br olan elipsin odaklar arası uzaklığı kaç br dir?

A) 12 B) $4\sqrt{7}$ C) 10 D) $2\sqrt{7}$ E) 5

soru 6

Analitik düzlemde, odaklar arası uzaklığı 8 br yedek eksen uzunluğu 10 br olan elipsin asal eksen uzunluğu kaç br dir?

A) 10 B) $6\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{41}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $\sqrt{41}$

soru 7

Analitik düzlemde şekilde verilen merkezil elipsin odak noktalarının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (3,0) (–3,0) B) $(3\sqrt{3},0)$ $(-3\sqrt{3},0)$ C) (4,0) (–4,0)

D) (0,4) (0,–4) E) $(0,3\sqrt{3})$ $(0,-3\sqrt{3})$

1 – E 2 – A 3 – E 4 – C 5 – D 6 – C 7 – B



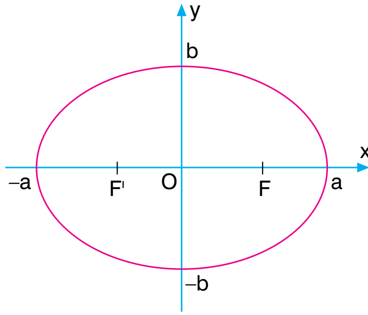
Merkezil Elipsin Denklemi

Merkezi orijin ve eksenleri koordinat eksenleri olan elipse merkezil elips denildiğini vermiştik.

x eksenini (a,0) ve (–a,0), y eksenini (0,b) ve (0,–b) noktalarında kesen merkezil elipsin denklemi

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

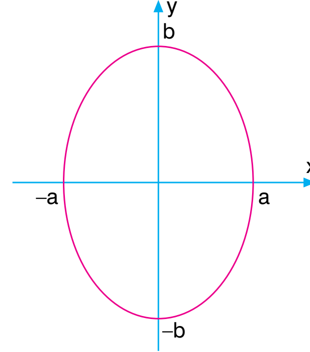
|a| > |b| ise elipsin asal (büyük) ekseni x eksenidir.



Asal (büyük) ekseni x ekseni, yedek (küçük) ekseni y ekseni olan merkezil elips

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ve $|a|>|b|$

|a| < |b| ise elipsin asal (büyük) ekseni y eksenidir.



Asal (küçük) ekseni y ekseni, yedek (küçük) ekseni x ekseni olan merkezil elips

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ve $|a|<|b|$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

olan elipsin

a) Asal eksen köşelerinin koordinatlarını bulunuz.

b) Yedek eksen köşelerininin koordinatlarını bulunuz.

c) Odak noktalarının koordinatlarını bulunuz.

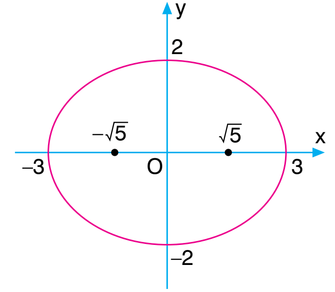
çözüm

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}$

$a^2=9$ ise $a=\pm3$

$b^2=4$ ise $b=\pm2$

$|a|>|b|$ olduğuna göre elipsin asal ekseni x eksenidir.



a) $a=\pm3$ ise asal eksen köşeleri (3,0) ve (–3,0)

b) $b=\pm2$ ise yedek eksen köşeleri (0,2) ve (0,–2)

c) $|a|>|b|$ ise $a^2=b^2+c^2$ olacağından

$3^2=2^2+c^2$ ise $c=\pm\sqrt{5}$

Buna göre, odak noktalarının koordinatları $(\sqrt{5},0)$ ve $(-\sqrt{5},0)$ olur.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi

$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

olan elipsin

a) Asal eksen köşelerinin koordinatlarını bulunuz.

b) Yedek eksen köşelerininin koordinatlarını bulunuz.

c) Odak noktalarının koordinatlarını bulunuz.

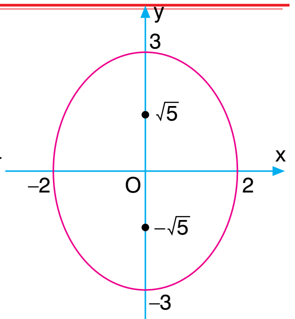
çözüm

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}$

$a^2=4$ ise $a=\pm2$

$b^2=9$ ise $b=\pm3$

$|a|<|b|$ olduğuna göre elipsin asal ekseni y eksenidir.



a) $b=\pm3$ ise asal eksen köşeleri (0,3) ve (0,–3)

b) $a=\pm2$ ise yedek eksen köşeleri (2,0) ve (–2,0)

c) $|a|<|b|$ ise $b^2=a^2+c^2$ olacağından

$3^2=2^2+c^2$ ise $c=\pm\sqrt{5}$

Buna göre, odak noktalarının koordinatları $(0,\sqrt{5})$ ve $(0,-\sqrt{5})$ olur.



soru 1

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ olan elips için

I. Asal eksen köşeleri (4,0) ve (–4,0) dır.

II. Yedek eksen köşeleri (3,0) ve (–3,0) dır.

III. Odak noktalarının koordinatları $(\sqrt{7},0)$ ve $(-\sqrt{7},0)$ dır.

ifalerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

A) I B) I, II C) I, III D) II, III E) I, II, III

soru 2

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen elipslerden hangisinin asal ekseni x ekseni olup, asal eksen köşelerinin koordinatları (6,0) ve (–6,0) dır?

A) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{40}=1$ B) $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{36}=1$ C) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$

D) $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{4}=1$ E) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{6}=1$

soru 3

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen elipslerden hangisinin asal ekseni x ekseni olup yedek eksen uzunluğu 8 br dir?

A) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ B) $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{8}=1$ C) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$

D) $\frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{16}=1$ E) $\frac{x^2}{98}+\frac{y^2}{64}=1$

soru 4

Analitik düzlemde, odak noktalarının koordinatları (5,0) ve (–5,0) olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ B) $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$ C) $\frac{x^2}{50}+\frac{y^2}{40}=1$

D) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ E) $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{49}=1$

soru 5

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{45}=1$ olan elips için

I. Asal eksen köşelerinin koordinatları $(0,3\sqrt{5})$ ve $(0,-3\sqrt{5})$ tir.

II. Yedek eksen köşeleri koordinatları $(2\sqrt{5},0)$ ve $(-2\sqrt{5},0)$ dır.

III. Odak noktalarının koordinatları (0,5) ve(0,–5) tir.

ifadelerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

A) II B) III C) I, II D) I, III E) I, II, III

soru 6

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{k}=1$ elipsinin asal ekseni y ekseni olduğuna göre, k nın alabileceği <u>en küçük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) 6 B) 20 C) 24 D) 26 E) 36

soru 7

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen elipslerden hangisinin asal ekseni y ekseni olup, yedek eksen köşelerinin koordinatları (3,0) ve (–3,0) dır?

A) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ B) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ C) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

D) $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$ E) $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{15}=1$

soru 8

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen elipslerden hangisinin yedek ekseni y ekseni olup, odaklar arası uzaklığı $4\sqrt{3}$ br dir?

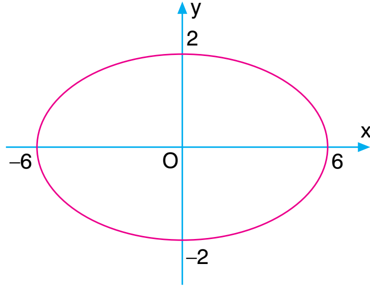
A) $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{24}=1$ B) $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{36}=1$ C) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{12}=1$

D) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{24}=1$ E) $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{6}=1$

1 – C 2 – C 3 – D 4 – B 5 – E 6 – D 7 – A 8 – D



kavrama sorusu



Analitik düzlemde şekilde verilen elipsin denklemini bulunuz.

çözüm

$|a|=6 \qquad |b|=2$ dir.

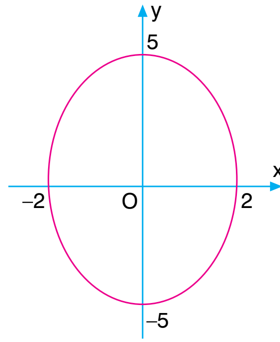
$|a|>|b|$ olduğuna göre, elipsin asal ekseni x eksenidir.

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$

Cevap: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde şekilde verilen elipsin denklemini bulunuz.



çözüm

$|a|=2 \qquad |b|=5$ dir.

$|a|<|b|$ olduğuna göre, elipsin asal ekseni y eksenidir.

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{25}=1$

Cevap: $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{25}=1$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ olan elipsin grafiğini çiziniz.

çözüm

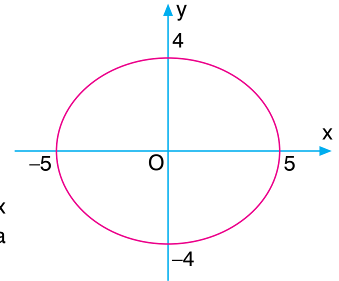
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}$

olduğundan $a=\pm5$ ve $b=\pm4$

$|a|>|b|$ ise asal ekseni x eksenidir.

$a=\pm5$ olduğundan elips x eksenini (5,0) ve (–5,0) da keser.

$b=\pm4$ olduğundan elips y eksenini (0,4) ve (0,–4) da keser.



kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$ olan elipsin grafiğini çiziniz.

çözüm

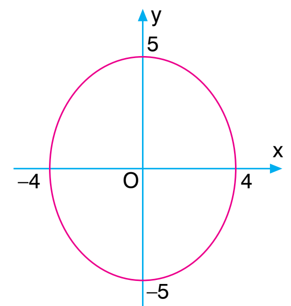
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}$

olduğundan $a=\pm4$ ve $b=\pm5$

$|a|<|b|$ ise asal ekseni y eksenidir.

$a=\pm4$ olduğundan elips x eksenini (4,0) ve (–4,0) da keser.

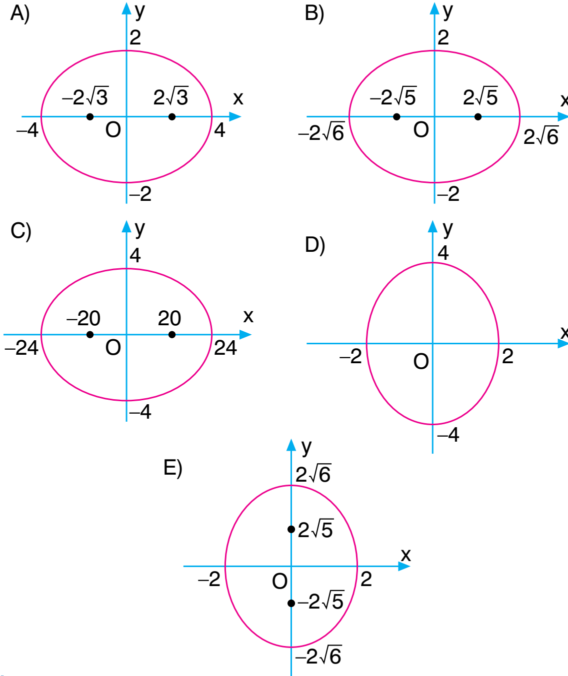
$b=\pm5$ olduğundan elips y eksenini (0,5) ve (0,–5) da keser.





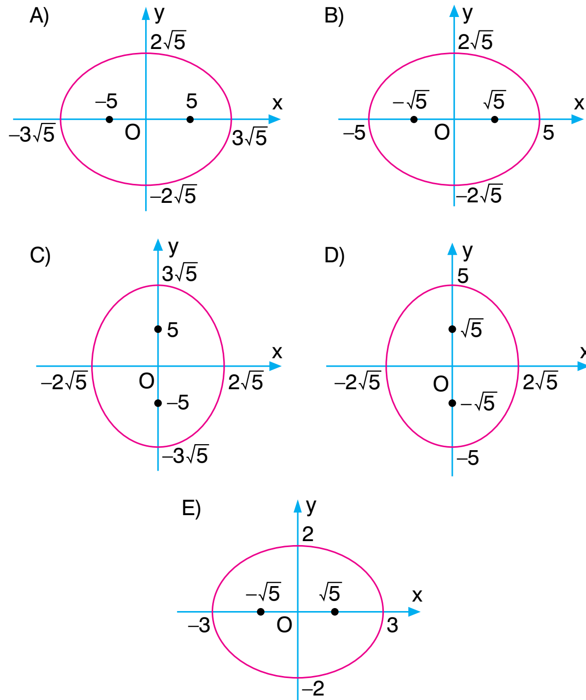
soru 1

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{4}=1$ olan elipsin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



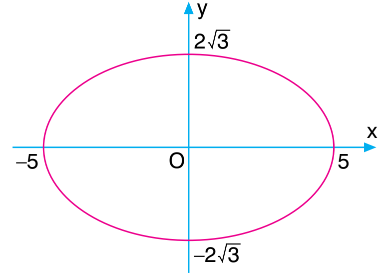
soru 2

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{45}=1$ olan elipsin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



soru 3

Analitik düzlemde, şekilde verilen elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



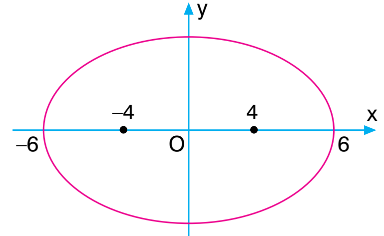
A) $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{2\sqrt{3}}=1$ B) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{12}=1$ C) $\frac{x^2}{2\sqrt{3}}+\frac{y^2}{5}=1$

D) $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{25}=1$ E) $\frac{x^2}{37}+\frac{y^2}{12}=1$

soru 4

Analitik düzlemde, asal ekseni x ekseni olan elipsin asal eksen köşeleri ve odak noktaları şekilde gösterilmiştir.

Şekilde verilenlere göre, bu elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



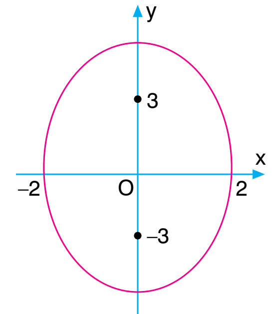
A) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$ B) $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{36}=1$ C) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$

D) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$ E) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{36}=1$

soru 5

Analitik düzlemde, asal ekseni y ekseni olan elipsin yedek eksen köşeleri ve odak noktaları şekilde gösterilmiştir.

Şekilde verilenlere göre, bu elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1$ B) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ C) $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$

D) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ E) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{13}=1$

1 – B 2 – C 3 – B 4 – C 5 – E





Uyarı

Elipsin denklemi $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ formatında verilmezse denklemin sağ tarafında 1 kalacak şekilde eşitliğin her iki tarafını aynı sayıya böleriz.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $9x^2+4y^2=36$ olan elipsin

a) Asal eksen köşelerinin koordinatlarını bulunuz.

b) Yedek eksen köşelerinin koordinatlarını bulunuz.

çözüm

Eşitliğin sağ tarafında 1 olmalıdır. Her iki tarafı 36 ile böleriz.

$\frac{9x^2}{36}+\frac{4y^2}{36}=\frac{36}{36} \Rightarrow \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

Buna göre, $a=\pm2$, $b=\pm3$

$|a|<|b|$ ise asal eksen y eksenidir.

a) $b=\pm3$ ise asal eksen köşeleri (0,3) ve (0,–3)

b) $a=\pm2$ ise yedek eksen köşeleri (2,0) ve (–2,0)

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $16x^2+25y^2=400$ olan elipsin odak noktalarının koordinatlarını bulunuz.

çözüm

Eşitliğin her iki tarafını 400 ile böleriz.

$\frac{16x^2}{400}+\frac{25y^2}{400}=\frac{400}{400} \Rightarrow \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$

$a^2=25$, $b^2=16$

$|a|>|b|$ olduğundan asal eksenimiz x eksenidir ve odaklar x ekseni üzerindedir.

$a^2=b^2+c^2$ ise $25=c^2+16$

$c=\pm3$

Cevap: (3,0) ve (–3,0)

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $16x^2+9y^2=144$ olan elipsin grafiğini çiziniz.

çözüm

Eşitliğin her iki tarafını 144 ile böleriz.

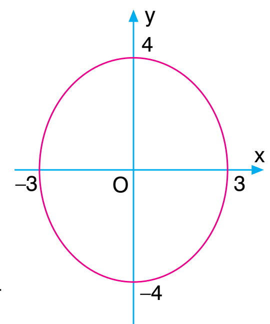
$\frac{16x^2}{144}+\frac{9y^2}{144}=\frac{144}{144}$

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$

$a^2=9$ ise $a=\pm3$,

$b^2=16$ ise $b=\pm4$

Buna göre elipsin grafiği yukarıdaki gibi olur.





soru 1

Analitik düzlemde, denklemi $3x^2+4y^2=12$ olan elipsin asal eksen köşelerinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}},0\right)\left(-\frac{1}{\sqrt{3}},0\right)$ B) $\left(\frac{1}{2},0\right)\left(-\frac{1}{2},0\right)$ C) (2,0) (–2,0)

D) (0,2) ve (0,–2) E) $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ ve $\left(0,-\frac{1}{2}\right)$

soru 2

Analitik düzlemde, denklemi $4x^2+9y^2=36$ olan elipsin odak noktalarının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\sqrt{5},0)\ (-\sqrt{5},0)$ B) $(\sqrt{13},0)\ (-\sqrt{13},0)$ C) (2,0) (–2,0)

D) $(0,\sqrt{5})\ (0,-\sqrt{5})$ E) $(0,\sqrt{13})\ (0,-\sqrt{13})$

soru 3

Analitik düzlemde, denklemi, $2x^2+5y^2=20$ olan elipsin yedek eksen uzunluğu kaç br dir?

A) 2 B) 4 C) $2\sqrt{10}$ D) 8 E) 10

soru 4

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen elipslerden hangisinin asal ekseni y eksenidir?

A) $x^2+2y^2=5$ B) $3x^2+4y^2=24$ C) $5x^2+7y^2=45$

D) $6x^2+5y^2=44$ E) $9x^2+11y^2=56$

soru 5

Analitik düzlemde, odak noktalarının koordinatları $F(0,2\sqrt{3})$ ve $F'(0,-2\sqrt{3})$ olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $4x^2+y^2=12$ B) $4x^2+y^2=16$ C) $x^2+2y^2=12$

D) $x^2+4y^2=16$ E) $x^2+4y^2=18$

soru 6

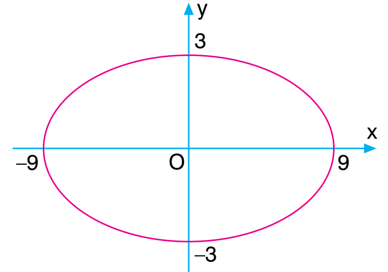
Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 10 br, yedek eksen uzunluğu 8 br ve yedek ekseni x ekseni olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x^2+5y^2=25$ B) $16x^2+25y^2=100$ C) $25x^2+4y^2=100$

D) $5x^2+4y^2=20$ E) $25x^2+16y^2=400$

soru 7

Analitik düzlemde, şekilde verilen elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



A) $3x^2+9y^2=44$ B) $9x^2+y^2=81$ C) $3x^2+y^2=27$

D) $x^2+3y^2=27$ E) $x^2+9y^2=81$

soru 8

Analitik düzlemde, x eksenini kestiği noktaların apsisleri sırasıyla –5 ve 5, y eksenini kestiği noktaların ordinatları sırasıyla $-5\sqrt{3}$ ve $5\sqrt{3}$ olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

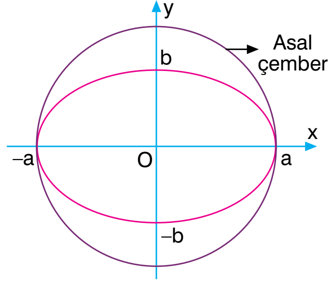
A) $3x^2+y^2=75$ B) $3x^2+y^2=25$ C) $x^2+y^2=75$

D) $x^2+3y^2=25$ E) $x^2+3y^2=75$

1 – C 2 – A 3 – B 4 – D 5 – B 6 – E 7 – E 8 – A



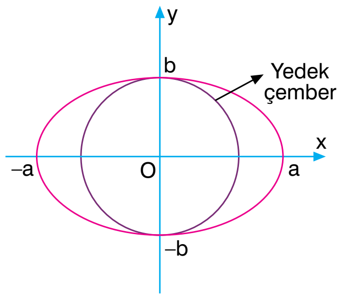
Elipsin Asal ve Yedek Çemberleri



Asal Çember: Merkezi, elipsin merkezi, çapı asal eksen uzunluğuna eşit olan çembere bu elipsin asal çemberi denir.

Şekilde verilen asal çemberin denklemi

$$x^2+y^2=a^2$$



Yedek Çember: Merkezi, elipsin merkezi ve çapı yedek eksen uzunluğu kadar olan çembere bu elipsin yedek çemberi denir.

Şekilde verilen yedek çemberin denklemi

$$x^2+y^2=b^2$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{15}=1$ olan elipsin asal çemberinin denklemini bulunuz.

çözüm

$24 > 15$ ise elipsin asal ekseni x eksenidir.

Asal çember denklemi, $x^2+y^2=a^2$

$x^2+y^2=24$

Cevap: $x^2+y^2=24$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$ olan elipsin asal çemberinin denklemini bulunuz.

çözüm

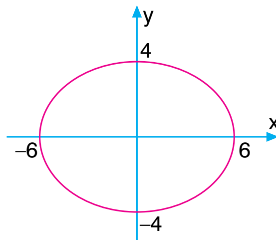
$16<25$ ise elipsin asal ekseni y eksenidir.

Asal çember denklemi, $x^2+y^2=25$

Cevap: $x^2+y^2=25$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, şekilde verilen elipsin yedek çemberinin denklemini bulunuz.



çözüm

Şekilde verilen elipsin yedek ekseni y eksenidir.

Buna göre, elipsin yedek çemberinin yarıçapı 4 br ve denklemi $x^2+y^2=4^2$

Cevap: $x^2+y^2=16$



soru 1

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{8}=1$ elipsinin asal çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2=2$ B) $x^2+y^2=8$ C) $x^2+y^2=10$

D) $x^2+y^2=15$ E) $x^2+y^2=18$

soru 2

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{100}=1$ elipsinin asal çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2=125$ B) $x^2+y^2=100$ C) $x^2+y^2=75$

D) $x^2+y^2=25$ E) $x^2+y^2=5$

soru 3

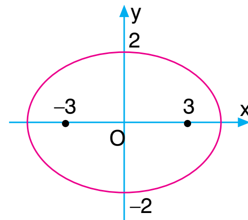
Analitik düzlemde, $5x^2+9y^2=45$ elipsinin asal çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2=3$ B) $x^2+y^2=5$ C) $x^2+y^2=9$

D) $x^2+y^2=25$ E) $x^2+y^2=45$

soru 4

Analitik düzlemde, şekilde odak noktaları ve yedek eksen köşeleri verilen elipsin asal çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



A) $x^2+y^2=13$ B) $x^2+y^2=9$ C) $x^2+y^2=5$

D) $x^2+y^2=4$ E) $x^2+y^2=3$

soru 5

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ elipsinin yedek çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2=81$ B) $x^2+y^2=34$ C) $x^2+y^2=25$

D) $x^2+y^2=12$ E) $x^2+y^2=9$

soru 6

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$ elipsinin yedek çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2=48$ B) $x^2+y^2=36$ C) $x^2+y^2=32$

D) $x^2+y^2=16$ E) $x^2+y^2=8$

soru 7

Analitik düzlemde, x eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık 8 br, y eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık 10 br olan merkezil elipsin yedek çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2=8$ B) $x^2+y^2=10$ C) $x^2+y^2=16$

D) $x^2+y^2=25$ E) $x^2+y^2=64$

soru 8

Analitik düzlemde, odak noktaları F(5,0) ve F'(–5,0), asal eksen uzunluğu 14 br olan merkezil elipsin yedek çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2=74$ B) $x^2+y^2=64$ C) $x^2+y^2=49$

D) $x^2+y^2=30$ E) $x^2+y^2=24$

1 – C 2 – B 3 – C 4 – A 5 – E 6 – D 7 – C 8 – E



Elipsin Doğrultman Çemberleri

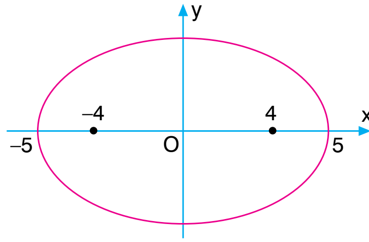
Merkezleri, elipsin odak noktalarında ve yarıçap uzunluğu asal ekseninin uzunluğuna eşit olan çemberlere elipsin doğrultman çemberleri denir.

Odak noktaları (c,0) ve (–c,0), asal eksen uzunluğu 2a br olan elipsin doğrultman çemberlerinin denklemleri

$$(x+c)^2+y^2=(2a)^2$$
$$(x-c)^2+y^2=(2a)^2$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, şekilde odak noktaları ve asal eksen köşeleri verilen elipsin doğrultman çemberlerinin denklemlerini bulunuz.



çözüm

Şekilde verilen elipsin asal eksen uzunluğu 2a = 10 br

Odak noktaları (4,0) ve (–4,0) dır.

Doğrultman çemberleri

$$(x+4)^2+y^2=10^2$$
$$(x-4)^2+y^2=10^2$$

Cevap: **$(x+4)^2+y^2=100$**

$(x-4)^2+y^2=100$

Elipsin Dış Merkezliği

Bir elipste odaklar arası uzaklığın, asal eksen uzunluğuna oranına bu elipsin dış merkezliği denir ve "e" harfi ile gösterilir.

Elips için dış merkezlik 1'den küçüktür.

$e=\frac{\text{odaklar arası uzaklık}}{\text{asal eksen uzunluğu}}$ $e=\frac{2c}{2a}$ ise Dış merkezlik$=e=\frac{c}{a}$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ olan elipsin dış merkezliği kaçtır?

çözüm

$a=3,\ b=2$

$a^2=b^2+c^2$ bağıntısından

$3^2=2^2+c^2$ ise $c=\sqrt{5}$ tir.

Buna göre, elipsin dış merkezliği

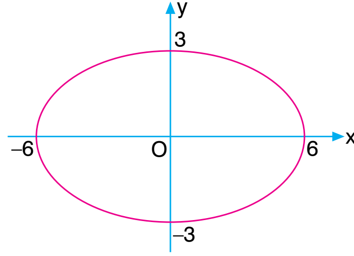
$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

Cevap: **$\frac{\sqrt{5}}{3}$**



soru 1

Analitik düzlemde, şekilde asal ve yedek eksen köşeleri verilen elipsin doğrultman çemberlerinin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?



A) $(x+3)^2+y^2=36$
 $(x-3)^2+y^2=36$

B) $(x+6)^2+y^2=36$
 $(x-6)^2+y^2=36$

C) $(x+3)^2+y^2=64$
 $(x-3)^2+y^2=64$

D) $(x+3\sqrt{5})^2+y^2=144$
 $(x-3\sqrt{5})^2+y^2=144$

E) $(x+3\sqrt{3})^2+y^2=144$
 $(x-3\sqrt{3})^2+y^2=144$

soru 2

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ olan elipsin doğrultman çemberlerinin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+3)^2+y^2=16$
 $(x-3)^2+y^2=16$

B) $(x+3)^2+y^2=64$
 $(x-3)^2+y^2=64$

C) $(x+\sqrt{7})^2+y^2=64$
 $(x-\sqrt{7})^2+y^2=64$

D) $(x+\sqrt{7})^2+y^2=16$
 $(x-\sqrt{7})^2+y^2=16$

E) $(x+5)^2+y^2=64$
 $(x-5)^2+y^2=64$

soru 3

Analitik düzlemde, denklemi $4x^2+9y^2=36$ olan elipsin doğrultman çemberlerinin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+\sqrt{5})^2+y^2=16$
 $(x-\sqrt{5})^2+y^2=16$

B) $(x+\sqrt{5})^2+y^2=36$
 $(x-\sqrt{5})^2+y^2=36$

C) $x^2+(y+\sqrt{5})^2=16$
 $x^2+(y-\sqrt{5})^2=16$

D) $x^2+(y+\sqrt{5})^2=36$
 $x^2+(y-\sqrt{5})^2=36$

E) $(x+5)^2+y^2=24$
 $(x-5)^2+y^2=24$

soru 4

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 12 br yedek eksen uzunluğu 8 br olan elipsin dış merkezliği kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{3}{5}$

soru 5

Analitik düzlemde, x=–4, x=4, y=–8, y=8 doğrularına teğet olan elipsin doğrultman çemberlerinin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+(y+4\sqrt{3})^2=128$
 $x^2+(y-4\sqrt{3})^2=128$

B) $x^2+(y+4\sqrt{3})^2=256$
 $x^2+(y-4\sqrt{3})^2=256$

C) $x^2+(y+4)^2=128$
 $x^2+(y-4)^2=128$

D) $(x+4\sqrt{3})^2+y^2=128$
 $(x-4\sqrt{3})^2+y^2=128$

E) $(x+4\sqrt{3})^2+y^2=256$
 $(x-4\sqrt{3})^2+y^2=256$

soru 6

Analitik düzlemde, odak noktaları F(0, 4), F'(0,–4) yedek eksen köşeleri B(3,0) ve B'(–3,0) olan elipsin dış merkezliği kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{4}$

soru 7

Analitik düzlemde, odak noktalarından birisi F(6,0) olan elipsin dış merkezliği $\frac{3}{5}$ olduğuna göre, bu elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ B) $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$ C) $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$

D) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{64}=1$ E) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{100}=1$

soru 8

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen elipslerden hangisinin asal ekseni y ekseni olup, dış merkezliği $\frac{2}{3}$ tür?

A) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$ B) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ C) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{20}=1$

D) $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{36}=1$ E) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$

1 – E 2 – C 3 – B 4 – C 5 – B 6 – D 7 – A 8 – D



Elipsin Parametrik Denklemi

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ elipsinde $\frac{x}{a}=\cos\theta$, $\frac{y}{b}=\sin\theta$ alırsak elipsin parametrik denklemleri

$$x=a.\cos\theta$$
$$y=b.\sin\theta$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, standart denklemi $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ olan elipsin parametrik denklemini yazınız.

çözüm

$a^2=25$ ise $a=5$

$b^2=16$ ise $b=4$

Elipsin parametrik denklemleri

$x=a\cos\theta$ ve $y=b\sin\theta$ ise

$x=5\cos\theta$ ve $y=4\sin\theta$

***Cevap:** $x=5\cos\theta$*
$y=4\sin\theta$

kavrama sorusu

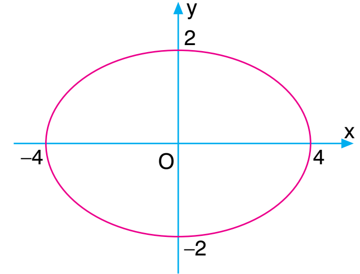
Analitik düzlemde, parametrik denklemleri $x=4\cos\theta$, $y=2\sin\theta$ olan elipsin grafiğini çiziniz.

çözüm

$x=4\cos\theta$ ise $a=4$

$y=2\sin\theta$ ise $b=2$

Buna göre, elipsin grafiği yandaki gibidir.



kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $4x^2+9y^2=36$ olan elipsin parametrik denklemini yazınız.

çözüm

Her iki tarafıda 36 ile bölelim.

$\frac{4x^2}{36}+\frac{9y^2}{36}=\frac{36}{36}$

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

$a^2=9$ ise $a=3$

$b^2=4$ ise $b=2$

Elipsin parametrik denklemleri

$x=3\cos\theta$ ve $y=2\sin\theta$

***Cevap:** $x=3\cos\theta$*
$y=2\sin\theta$



soru 1

Analitik düzlemde, standart denklemi $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ olan elipsin parametrik denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x=9\cos\theta$, $y=4\sin\theta$
B) $x=4\sin\theta$, $y=9\cos\theta$
C) $x=3\cos\theta$, $y=2\sin\theta$
D) $x=3\sin\theta$, $y=2\cos\theta$
E) $x=2\cos\theta$, $y=3\sin\theta$

soru 2

Analitik düzlemde, standart denklemi $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{9}=1$ olan elipsin parametrik denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x=6\cos\theta$, $y=9\sin\theta$
B) $x=6\sin\theta$, $y=9\cos\theta$
C) $x=9\cos\theta$, $y=6\sin\theta$
D) $x=3\cos\theta$, $y=\sqrt{6}\sin\theta$
E) $x=\sqrt{6}\cos\theta$, $y=3\sin\theta$

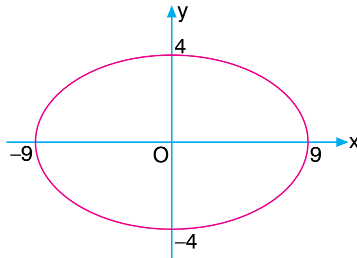
soru 3

Analitik düzlemde, denklemi $25x^2+36y^2=900$ olan elipsin parametrik denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x=5\cos\theta$, $y=6\sin\theta$
B) $x=6\cos\theta$, $y=5\sin\theta$
C) $x=5\sin\theta$, $y=6\cos\theta$
D) $x=6\sin\theta$, $y=5\cos\theta$
E) $x=4\cos\theta$, $y=9\sin\theta$

soru 4

Analitik düzlemde, şekilde verilen elipsin parametrik denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



A) $x=9\cos\theta$, $y=2\sin\theta$
B) $x=3\sin\theta$, $y=2\cos\theta$
C) $x=4\cos\theta$, $y=9\sin\theta$
D) $x=9\cos\theta$, $y=4\sin\theta$
E) $x=9\sin\theta$, $y=4\cos\theta$

soru 5

Analitik düzlemde, parmetrik denklemi $x=6\cos\theta$, $y=4\sin\theta$ olan elipsin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{4}=1$
B) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$
C) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$
D) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{6}=1$
E) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{24}=1$

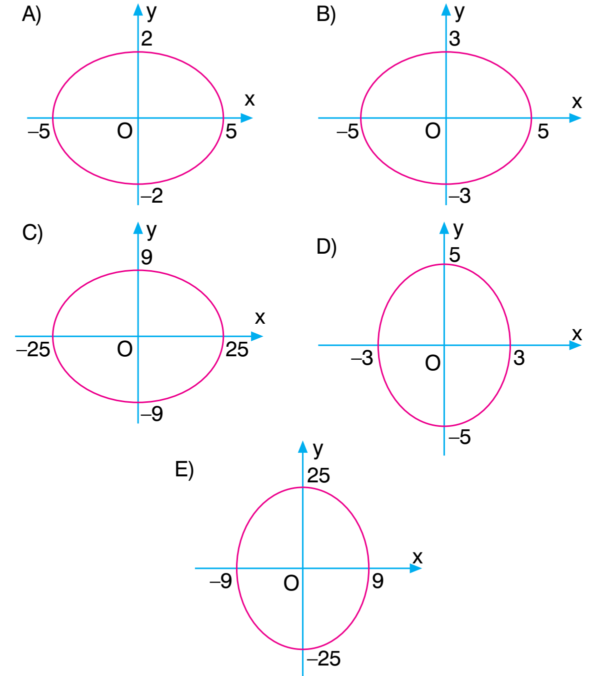
soru 6

Analitik düzlemde, parametrik denklemi $x=4\cos\theta$, $y=2\sin\theta$ olan elipsin odak noktalarının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2\sqrt{3},0)$ $(-2\sqrt{3},0)$
B) $(2\sqrt{5},0)$ $(-2\sqrt{5},0)$
C) $(0,2\sqrt{3})$ $(0,-2\sqrt{3})$
D) $(0,2\sqrt{5})$ $(0,-2\sqrt{5})$
E) $(4,0)$ $(-4,0)$

soru 7

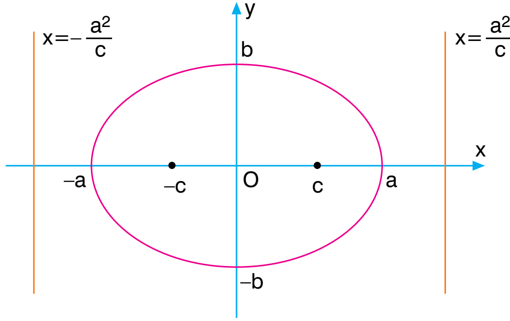
Analitik düzlemde, parametrik denklemi $x=5\cos\theta$, $y=3\sin\theta$ olan elipsin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



1 – C 2 – E 3 – B 4 – D 5 – B 6 – A 7 – B



Elipsin Doğrultmanları



$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ elipsinin doğrultmanlarının denklemi

$x=\frac{a^2}{c}$ ve $x=-\frac{a^2}{c}$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ elipsinin doğrultman denklemlerini bulunuz.

çözüm

$a^2=9$ ise $a=3$

$b^2=4$ ise $b=2$

$a^2=b^2+c^2$ bağıntısından $9=4+c^2$ ise $c=\sqrt{5}$

Doğrultman denklemleri

$x=\frac{9}{\sqrt{5}}$ ve $x=-\frac{9}{\sqrt{5}}$

Cevap: $x=\frac{9}{\sqrt{5}}$ ***ve*** $x=-\frac{9}{\sqrt{5}}$

Elips ile Bir Doğrunun Birbirine Göre Durumları

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ elipsi ile $y=mx+n$ doğrusu için

I. $m^2a^2+b^2=n^2$ ise doğru elipse teğettir.

II. $m^2a^2+b^2>n^2$ ise doğru elipsi farklı iki noktada keser.

III. $m^2a^2+b^2<n^2$ ise doğru elipsi kesmez.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y=2x+k$ doğrusu $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$ elipsine teğet olduğuna göre, k nın alabileceği değerler kümesini bulunuz.

çözüm

$a^2=16$ $b^2=8$ $m^2=2^2=4$

$m^2a^2+b^2=k^2$ ise doğru elipse teğettir.

$4.16+8=k^2$ ise $k=\pm6\sqrt{2}$

Cevap: $\{-6\sqrt{2},6\sqrt{2}\}$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y=3x+k$ doğrusu $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ elipsi ile kesişmediğine göre, k nın alabileceği <u>en küçük</u> pozitif tam sayı değeri kaçtır?

çözüm

$a^2=25$ $b^2=9$ $m^2=3^2=9$

$m^2a^2+b^2<k^2$ ise doğru ile elips kesişmez.

$9.25+9<k^2$

$234<k^2$

Cevap: 16



soru 1

Analitik düzlemde, standart denklemi $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ elipsinin doğrultman denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x=\frac{4}{5}$ ve $x=-\frac{4}{5}$ B) $x=\frac{3}{4}$ ve $x=-\frac{3}{4}$ C) $x=\frac{3}{5}$ ve $x=-\frac{3}{5}$

D) $x=\frac{4}{\sqrt{7}}$ ve $x=-\frac{4}{\sqrt{7}}$ E) $x=\frac{16}{\sqrt{7}}$ ve $x=-\frac{16}{\sqrt{7}}$

soru 2

Analitik düzlemde, $16x^2+25y^2=400$ elipsinin doğrultman denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x=\frac{5}{3}$ ve $x=-\frac{5}{3}$ B) $x=\frac{25}{3}$ ve $x=-\frac{25}{3}$ C) $x=\frac{5}{4}$ ve $x=-\frac{5}{4}$

D) $x=\frac{4}{5}$ ve $x=-\frac{4}{5}$ E) $x=\frac{16}{5}$ ve $x=-\frac{16}{5}$

soru 3

Analitik düzlemde, aşağıdakilerden hangisi parametrik denklemleri $x=6\cos\theta$, $y=5\sin\theta$ olan elpisin doğrultman denklemlerinden biridir?

A) $x=\frac{6}{5}$ B) $x=\frac{36}{5}$ C) $x=\frac{25}{6}$ D) $x=\frac{36}{\sqrt{11}}$ E) $x=\frac{36}{11}$

soru 4

Analitik düzlemde, $y=2x+n$ doğrusu $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ elipsine teğet olduğuna göre, n nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-2,2\}$ B) $\{-3,3\}$ C) $\{-\sqrt{7},\sqrt{7}\}$ D) $\{-2\sqrt{7},2\sqrt{7}\}$ E) $\{-6,6\}$

soru 5

Analitik düzlemde, $y=-2x+n$ doğrusu $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{6}=1$ elipsine teğet olduğuna göre, n nin alabileceği pozitif değer kaçtır?

A) 2 B) 3 C) $3\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{10}$ E) $\sqrt{102}$

soru 6

Analitik düzlemde, $x-2y+4=0$ doğrusu $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{k}=1$ elipsine teğet olduğuna göre, k kaçtır?

A) $\frac{7}{4}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{9}{2}$ E) 4

soru 7

Analitik düzlemde, $8x-4y+k=0$ doğrusu $35x^2+25y^2=175$ elipsini farklı iki noktada kestiğine göre k aşağıdaki değerlerden hangisi olamaz?

A) 38 B) 32 C) 24 D) 22 E) 5

soru 8

Analitik düzlemde, aşağıda verilen doğrulardan hangisinin $8x^2+24y^2=192$ elipsi ile ortak noktası yoktur?

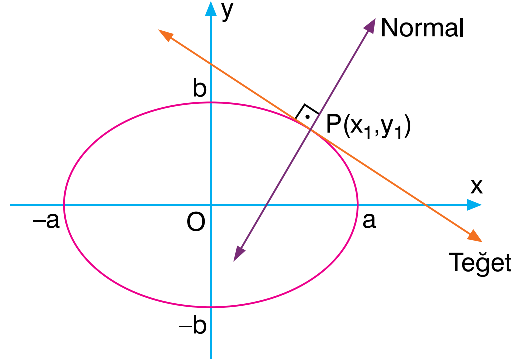
A) $y=2x-5$ B) $y=2x$ C) $y=2x+4$

D) $y=2x+10$ E) $y=2x+11$

1 – E 2 – B 3 – D 4 – E 5 – E 6 – A 7 – E 8 – E



Elipsin Teğet ve Normal Denklemleri



Denklemi $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ olan elipsin üzerindeki $P(x_1,y_1)$ noktasındaki teğetin denklemi

$$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x^2+2y^2=8$ elipsine üzerindeki P(0,2) noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz.

çözüm

$x^2+2y^2=8$ denkleminde (0,2) noktasının koordinatlarını yerleştirirsek

$0.x+2.2y=8$ ise $y=2$

Buna göre, elipse P noktasından çizilen teğet y=2 doğrusudur.

Cevap: y=2

Elipsin Normalinin Denklemi

Elipsin üzerindeki bir noktadaki normalinin denklemini bulmak için teğet denkleminden faydalanırız. Hatırlayalım! Bir doğru denklemini yazmak için gereken şartlar

1) Doğrunun eğimi
2) Doğrunun geçtiği bir noktanın koordinatları

Normalin eğimi : Teğete dik olduğuna göre, normal ile teğetin eğimleri çarpımı –1 dir.

Normalin geçtiği nokta : Soruda zaten size verilmiş olmalıdır.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, P(2,–1) noktası $5x^2+8y^2=28$ elipsinin üzerindedir.

a) Elipsin P noktasından geçen teğetinin denklemini bulunuz.

b) Elipsin P noktasındaki teğetinin eğimini bulunuz.

c) Elipsin P noktasındaki normalinin eğimini bulunuz.

d) Elipsin P noktasındaki normalinin denklemini bulunuz.

çözüm

a) $5x^2+8y^2=28$ denkleminde (2,–1) noktasının koordinatlarını yerleştirirsek

$5.2x+8.(-1)y=28 \Rightarrow 10x-8y=28$

Sadeleştirisek teğetin denklemi $5x-4y-14=0$

b) $5x-4y-18=0$ doğrusunun eğimi

$m=-\frac{5}{-4}=\frac{5}{4}$

c) Elipsin teğeti ile normali birbirine dik olduklarından eğimleri çarpımı –1 dir.

$\frac{5}{4}.m_{normal}=-1$ ise $m_{normal}=-\frac{4}{5}$

d) Normalin eğimi $-\frac{4}{5}$ ise denklemi $4x+5y+k=0$ şeklindedir. Elipsin normali P(2,–1) noktasından geçtiğine göre, P noktası normal denklemini sağlar.

$4x+5y+k=0$

$4.2+5.(-1)+k=0$

$k=-3$ tür.

Normal denklemi : $4x+5y-3=0$



soru 1

Analitik düzlemde, $3x^2+4y^2=12$ elipsine üzerindeki $P\left(1,\frac{3}{2}\right)$ noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x+2y-4=0$ B) $x+2y+4=0$ C) $3x+2y-6=0$

D) $3x-2y=0$ E) $x+y-6=0$

soru 2

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$ elipsine üzerindeki $P(\sqrt{6},1)$ noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x-3y+1=0$ B) $x+y-2=0$ C) $\sqrt{6}x-2y-4=0$

D) $\sqrt{6}x+3y-9=0$ E) $x+\sqrt{6}y-1=0$

soru 3

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$ elipsine üzerindeki $P(\sqrt{2},2\sqrt{2})$ noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) -1 D) -2 E) -4

soru 4

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ elipsine üzerindeki P noktasından çizilen teğetin eğimi $\frac{2}{3}$ olduğuna göre, bu noktadaki normalinin eğimi kaçtır?

A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{3}{2}$

soru 5

Analitik düzlemde, $3x^2+6y^2=12$ elipsine üzerindeki $P(\sqrt{2},-1)$ noktasından çizilen normalinin eğimi kaçtır?

A) -2 B) $-\sqrt{2}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2

soru 6

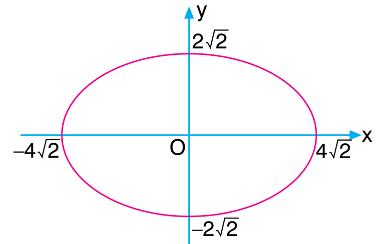
Analitik düzlemde, $2x^2+y^2=5$ elipsine üzerindeki $P(-\sqrt{2},1)$ noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{2}x-y+\sqrt{2}=0$ B) $x-y+2=0$ C) $x+2\sqrt{2}y-\sqrt{2}=0$

D) $x+2\sqrt{2}y-1=0$ E) $\sqrt{2}x+y+1=0$

soru 7

Analitik düzlemde, şekilde eksenleri kestiği noktalar verilen elipsin üzerindeki P(4,2) noktasından geçen normalinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



A) $x+2y-8=0$ B) $-x+2y=0$ C) $2x-y+6=0$

D) $2x-y-6=0$ E) $2x-4y+1=0$

soru 8

Analitik düzlemde, $16x^2+y^2=20$ elipsine üzerindeki P(1,2) noktasından çizilen normalin x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

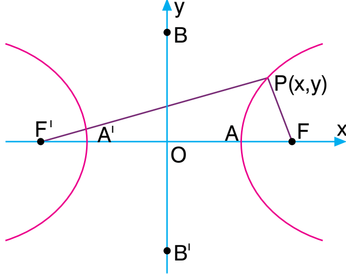
A) -15 B) -7 C) -3 D) 3 E) 5

1 – A 2 – D 3 – D 4 – E 5 – B 6 – C 7 – D 8 – A





HİPERBOL



Düzlemde sabit iki noktaya uzaklıkları farkı sabit olan noktalar kümesine "hiperbol" denir.

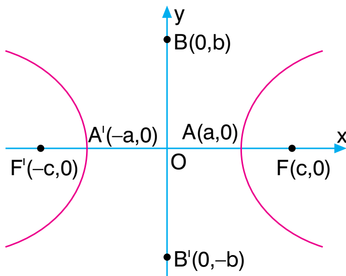
Hiperbolde odakları birleştiren doğruya hiperbolün "asal ekseni", hiperbolün asal ekseni kestiği noktalara "hiperbolün köşeleri" denir. Köşeleri birleştiren doğru parçasının orta noktasına "hiperbolün merkezi" denir.

Hiperbol üzerindeki herhangi bir P(x,y) noktası için

$$||PF| - |PF'|| = |AA'|$$

Merkezil Hiperbol

Merkezi orijinde ve asal ekseni eksenler üzerinde olan hiperboldür.



F(c,0), F'(–c,0) hiperbolün odakları

A(a,0), A'(–a,0) hiperbolün köşeleri

[AA'] hiperbolün asal ekseni

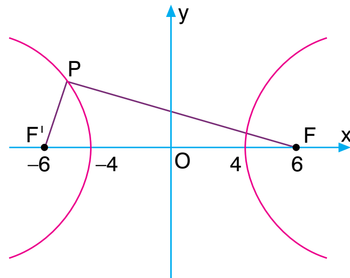
$|AA'| = 2a$ asal eksen uzunluğu

$|BB'| = 2b$ yedek (sanal) eksen uzunluğu

$|CC'| = 2c$ odaklar arası uzaklığı

Hiperbolde: $c^2 = a^2 + b^2$

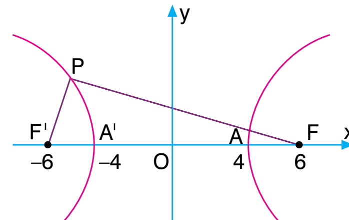
kavrama sorusu



Analitik düzlemde, asal ekseni x ekseni olan merkezil hiperbolde odak noktaları ve hiperbolün köşeleri şekilde gösterilmiştir.

Hiperbolün üzerindeki bir P noktası için $||PF| - |PF'||$ ifadesinin değeri kaçtır?

çözüm



Hiperbol üzerindeki herhangi bir P(x,y) noktası için

$||PF| - |PF'|| = |AA'|$ ise

$||PF| - |PF'|| = 8$ br

Cevap: 8

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 8 br yedek eksen uzunluğu 4 br olan hiperbolün odaklar arası uzaklığı kaç br dir?

çözüm

Asal eksen uzunluğu $2a = 8$ ise $a = 4$

Yedek eksen uzunluğu $2b = 4$ ise $b = 2$

$c^2 = a^2 + b^2$ bağıntısından $c^2 = 4^2 + 2^2$

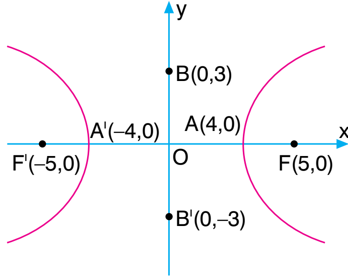
$c = 2\sqrt{5}$ br

Odaklar arası uzaklık $2c = 4\sqrt{5}$ br

Cevap: $4\sqrt{5}$



soru 1



Analitik düzlemde, asal ekseni x ekseni olan hiperbol şekilde gösterilmiştir.

Buna göre,

I. Hiperbolün odak noktaları F(5,0) ve F'(–5,0) dır.
II. Hiperbolün asal eksen köşeleri A(4,0) ve A'(–4,0) dır.
III. Hiperbolün yedek eksen uzunluğu 6 br dir.

ifadelerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

A) I B) I, II C) II, III D) I, III E) I, II, III

soru 2

Analitik düzlemde, asal ekseni y ekseni olan hiperbol şekilde gösterilmiştir.

y
F(0,5)
A(0,3)
x
B'(–4,0) O B(4,0)
A'(0,–3)
F'(0,–5)

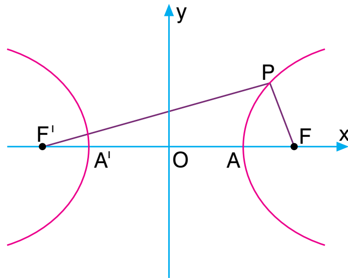
Buna göre,

I. Hiperbolün odak noktaları F(0,5) ve F'(0,–5) dır.
II. Hiperbolün asal eksen köşeleri A(0,3) ve A'(0,–3) dır.
III. Hiperbolün yedek eksen uzunluğu 8 br dir.

ifadelerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

A) I B) I, II C) II, III D) I, III E) I, II, III

soru 3



Analitik düzlemde, odak noktaları F ve F', köşeleri A ve A' olan hiperbol şekilde verilmiştir.

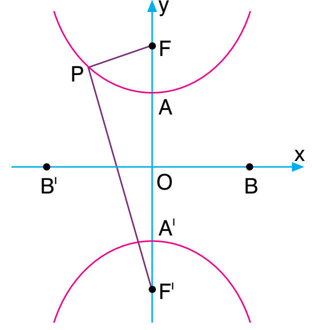
|PF'|–|PF|=18 br olduğuna göre, |AA'| kaç br dir?

A) 6 B) 9 C) 18 D) 24 E) 36

soru 4

Analitik düzlemde, odak noktaları F ve F', köşeleri A ve A' olan hiperbol şekilde verilmiştir.

|AA'|=16 br olduğuna göre, ||PF|–|PF'|| kaç br dir?



A) 32 B) 28 C) 24 D) 16 E) 8

soru 5

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 10 br, yedek eksen uzunluğu 6 br olan hiperbolün odaklar arası uzaklığı kaç br dir?

A) 10 B) 8 C) $2\sqrt{34}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $\sqrt{34}$

soru 6

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 8 br, yedek eksen uzunluğu 4 br, asal ekseni x ekseni olan hiperbolün odak noktalarının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2\sqrt{5},0)$ $(-2\sqrt{5},0)$ B) (6,0) (–6,0) C) (5,0) (–5,0)

D) $(4\sqrt{5},0)$ $(-4\sqrt{5},0)$ E) $(6\sqrt{5},0)$ $(-6\sqrt{5},0)$

soru 7

Analitik düzlemde, odaklar arası uzaklığı 12 br, yedek eksen uzunluğu 8 br, asal ekseni y ekseni olan hiperbolün köşelerinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

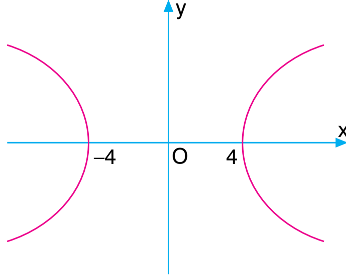
A) (0,8) (0,–8) B) $(0,2\sqrt{13})$ $(0,-2\sqrt{13})$ C) $(0,4\sqrt{5})$ $(0,-4\sqrt{5})$

D) $(0,2\sqrt{5})$ $(0,-2\sqrt{5})$ E) (0,5) (0,–5)

1 – E 2 – E 3 – C 4 – D 5 – C 6 – A 7 – D



kavrama sorusu



Analitik düzlemde, asal eksen köşeleri verilen merkezil hiperbolün yedek eksen uzunluğu 6 br olduğuna göre, odak noktalarını bulunuz.

çözüm

Verilen hiperbolde a=4

Yedek eksen uzunluğu 2b=6 ise b=3

$c^2=a^2+b^2$ ise

$c^2=4^2+3^2$

$c=5$

Buna göre, odak noktaları (5,0) ve (–5,0) dır.

Cevap: (5,0) (–5,0)

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, asal eksen köşeleri A(12,0), A'(–12,0) yedek eksen köşeleri B(0,5) ve B'(0,–5) olan merkezil hiperbolün grafiğini çiziniz.

çözüm

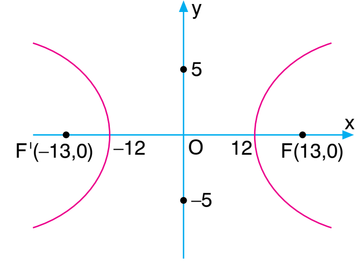
a=12, b=5

$c^2=a^2+b^2$ ise

$c^2=5^2+12^2$

$c=13$ br

Hiperbolün asal ekseni x ekseni olduğu için odakları (13,0) ve (–13,0) dır ve grafiği şekildeki gibi olur.



kavrama sorusu

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 8 br, yedek eksen uzunluğu 8 br ve asal ekseni y ekseni olan merkezil hiperbolün grafiğini çiziniz.

çözüm

2a=8 br ise a=4 br

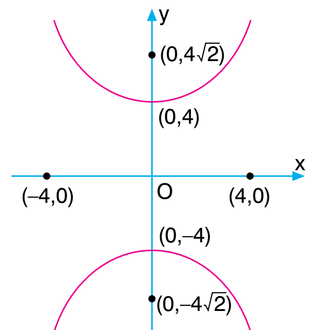
2b=8 br ise b=4 br

$c^2=a^2+b^2$ ise

$c^2=4^2+4^2$

$c=4\sqrt{2}$ br

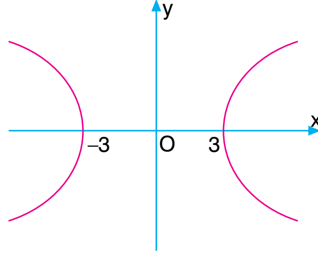
Hiperbolün asal ekseni y ekseni üzerinde olduğuna göre, odak noktaları $(0,4\sqrt{2})$ ve $(0,-4\sqrt{2})$ dir ve grafiği yandaki gibi olur.





soru 1

Analitik düzlemde, asal eksen köşeleri verilen merkezil hiperbolün yedek eksen uzunluğu 8 br olduğuna göre, bu hiperbolün odak noktaları aşağıdakilerden hangisidir?

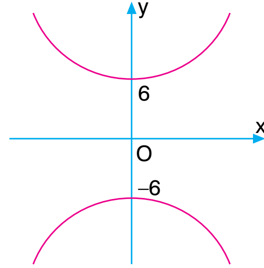


A) (5,0) (–5,0) B) (4,0) (–4,0) C) $(3\sqrt{2},0)$ $(-3\sqrt{2},0)$

D) (0,3) (0,–3) E) (0,5) (0,–5)

soru 2

Analitik düzlemde, asal eksen köşeleri verilen merkezil hiperbolün yedek eksen uzunluğu 8 br olduğuna göre, bu hiperbolün odak noktaları aşağıdakilerden hangisidir?

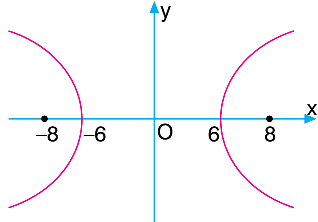


A) (0,5) (0,–5) B) (0,8) (0,–8) C) $(0,2\sqrt{13})$ $(0,-2\sqrt{13})$

D) (0,10) (0,–10) E) (5,0) (–5,0)

soru 3

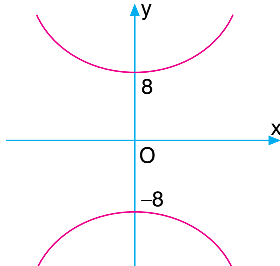
Analitik düzlemde, asal eksen köşeleri ve odak noktaları verilen merkezil hiperbolün yedek eksen uzunluğu kaç br dir?



A) $4\sqrt{7}$ B) 10 C) 12 D) $8\sqrt{7}$ E) 20

soru 4

Analitik düzlemde, asal eksen köşeleri verilen merkezil hiperbolün yedek eksen uzunluğu 12 br olduğuna göre, hiperbolün odak noktaları aşağıdakilerden hangisidir?

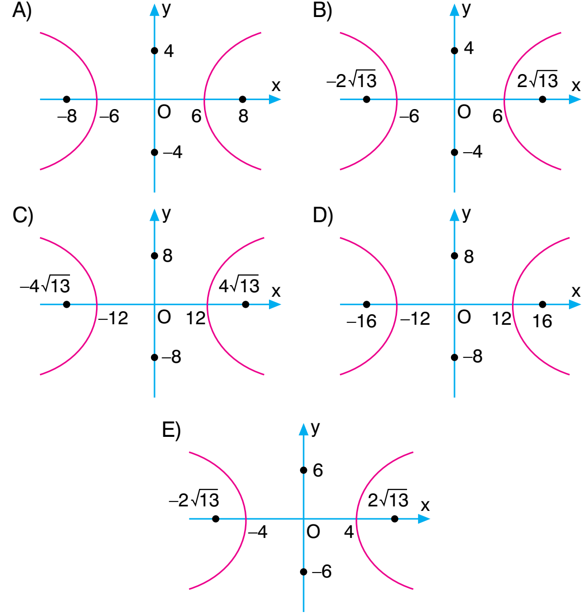


A) (0,5) (0,–5) B) $(0,4\sqrt{3})$ $(0,-4\sqrt{3})$ C) (0,10) (0,–10)

D) $(0,8\sqrt{3})$ $(0,-8\sqrt{3})$ E) (0,20) (0,–20)

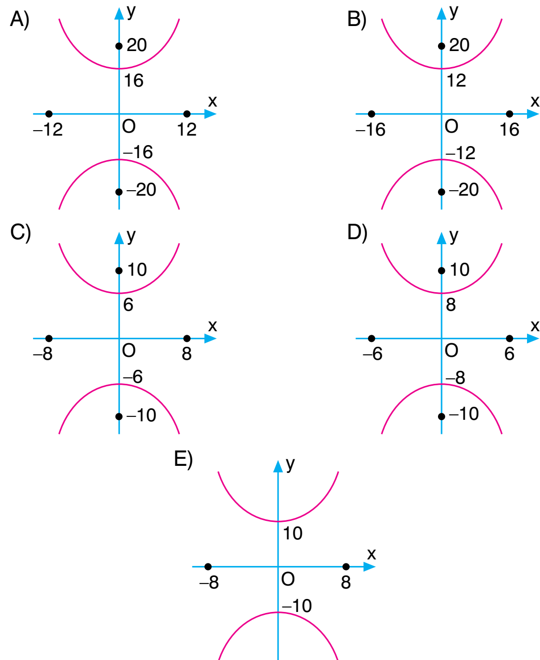
soru 5

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 12 br, yedek eksen uzunluğu 8 br ve asal ekseni x ekseni olan merkezil hiperbolün grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



soru 6

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 16 br, yedek eksen uzunluğu 12 br ve asal ekseni y ekseni olan merkezil hiperbolün grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

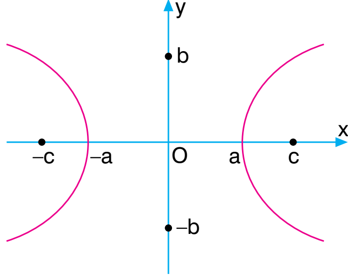


1 – A 2 – C 3 – A 4 – C 5 – B 6 – D



MERKEZİL HİPERBOLÜN DENKLEMİ

Odakları x Ekseni Üzerinde Olan Merkezil Hiperbol



Odak noktaları (c,0) ve (–c,0)

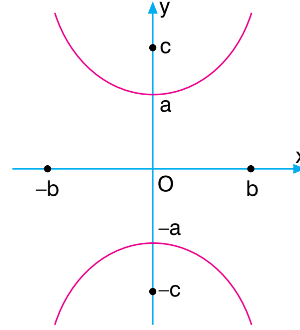
Asal eksen köşeleri (a,0) ve (–a,0)

Yedek eksen köşeleri (0,b) ve (0,–b)

olan merkezil hiperbolün denklemi

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

Odakları y Ekseni Üzerinde Olan Merkezil Hiperbol



Odak noktaları (0,c) ve (0,–c)

Asal eksen köşeleri (0,a) ve (0,–a)

Yedek eksen köşeleri (b,0) ve (–b,0)

olan merkezil hiperbolün denklemi

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$ hiperbolünün

a) Asal eksen köşelerini bulunuz.

b) Yedek eksen köşelerini bulunuz.

c) Odak noktalarını bulunuz.

çözüm

$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$

$a^2=25$ ise $a=5$

$b^2=9$ ise $b=3$

a) Asal eksen köşeleri (5,0) ve (–5,0)

b) Yedek eksen köşeleri (0,3) ve (0,–3)

c) $c^2=a^2+b^2$ ise $c^2=5^2+3^2=34$

$c=\sqrt{34}$

Odak noktaları $(\sqrt{34},0)$ ve $(-\sqrt{34},0)$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{9}=1$ hiperbolünün

a) Asal eksen köşelerini bulunuz.

b) Yedek eksen köşelerini bulunuz.

c) Odak noktalarını bulunuz.

çözüm

$\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{9}=\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}$

$a^2=36$ ise $a=6$

$b^2=9$ ise $b=3$

a) Asal eksen köşeleri (0,6) ve (0,–6)

b) Yedek eksen köşeleri (3,0) ve (–3,0)

c) $c^2=a^2+b^2$ ise $c^2=6^2+3^2=45$

$c=3\sqrt{5}$

Odak noktaları $(0,3\sqrt{5})$ ve $(0,-3\sqrt{5})$



soru 1

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{15}=1$ hiperbolünün asal eksen köşeleri, yedek köşeleri ve odak noktaları ile ilgili aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

	Asal Eksen Köşeleri	Yedek Eksen Köşeleri	Odak Noktaları
A)	$(2\sqrt{5},0)$, $(-2\sqrt{5},0)$	$(0,\sqrt{15})$, $(0,-\sqrt{15})$	$(\sqrt{35},0)$, $(-\sqrt{35},0)$
B)	$(2\sqrt{5},0)$, $(-2\sqrt{5},0)$	$(\sqrt{15},0)$, $(-\sqrt{15},0)$	$(\sqrt{5},0)$, $(-\sqrt{5},0)$
C)	$(\sqrt{35},0)$, $(-\sqrt{35},0)$	$(0,\sqrt{15})$, $(0,-\sqrt{15})$	$(2\sqrt{5},0)$, $(-2\sqrt{5},0)$
D)	$(0,2\sqrt{5})$, $(0,-2\sqrt{5})$	$(\sqrt{15},0)$, $(-\sqrt{15},0)$	$(0,\sqrt{35})$, $(0,-\sqrt{35})$
E)	$(0,2\sqrt{5})$, $(0,-2\sqrt{5})$	$(\sqrt{15},0)$, $(-\sqrt{15},0)$	$(0,\sqrt{5})$, $(0,-\sqrt{5})$

soru 2

Analitik düzlemde, $-\frac{x^2}{19}+\frac{y^2}{45}=1$ hiperbolünün asal eksen köşeleri, yedek köşeleri ve odak noktaları ile ilgili aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

	Asal Eksen Köşeleri	Yedek Eksen Köşeleri	Odak Noktaları
A)	$(\sqrt{19},0)$, $(-\sqrt{19},0)$	$(0,3\sqrt{5})$, $(0,-3\sqrt{5})$)	$(8,0)$, $(-8,0)$
B)	$(\sqrt{19},0)$, $(-\sqrt{19},0)$	$(0,3\sqrt{5})$, $(0,-3\sqrt{5})$)	$(\sqrt{26},0)$, $(-\sqrt{26},0)$
C)	$(3\sqrt{5},0)$, $(-3\sqrt{5},0)$	$(0,\sqrt{19})$, $(0,-\sqrt{19})$	$(\sqrt{26},0)$, $(-\sqrt{26},0)$
D)	$(0,3\sqrt{5})$, $(0,-3\sqrt{5})$	$(\sqrt{19},0)$, $(-\sqrt{19},0)$	$(0,8)$, $(0,-8)$
E)	$(0,\sqrt{19})$, $(0,-\sqrt{19})$	$(3\sqrt{5},0)$, $(-3\sqrt{5},0)$	$(0,\sqrt{26})$, $(0,-\sqrt{26})$

soru 3

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{32}-\frac{y^2}{16}=1$ hiperbolünün odak noktaları arasındaki uzaklık kaç br dir?

A) $8\sqrt{3}$ B) 8 C) $4\sqrt{3}$ D) 5 E) 4

soru 4

Analitik düzlemde, köşelerinden birisi A(4,0), odaklarından birisi $F'(-6,0)$ olan merkezil hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{16}=1$ B) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{36}=1$ C) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{16}=1$

D) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{20}=1$ E) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$

soru 5

Analitik düzlemde, yedek eksen uzunluğu 10 br, odaklar arası uzaklığı 26 br ve asal ekseni x ekseni olan merkezil hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{169}-\frac{y^2}{25}=1$ B) $\frac{x^2}{169}-\frac{y^2}{36}=1$ C) $\frac{x^2}{90}-\frac{y^2}{25}=1$

D) $\frac{x^2}{144}-\frac{y^2}{25}=1$ E) $\frac{x^2}{13}-\frac{y^2}{12}=1$

soru 6

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu k br, yedek eksen uzunluğu m br, asal ekseni y ekseni olan merkezil hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{k}-\frac{y^2}{m}=1$ B) $\frac{x^2}{k^2}-\frac{y^2}{m^2}=1$ C) $\frac{y^2}{k}-\frac{x^2}{m}=\frac{1}{4}$

D) $\frac{y^2}{k^2}-\frac{x^2}{m^2}=1$ E) $\frac{y^2}{k^2}-\frac{x^2}{m^2}=\frac{1}{4}$

soru 7

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen hiperbollerden hangisinin asal ekseni y ekseni olup, odaklar arası uzaklığı $6\sqrt{5}$ br dir?

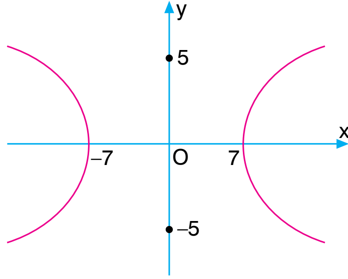
A) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$ B) $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{9}=1$ C) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{9}=1$

D) $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{16}=1$ E) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{36}=1$

1 – A 2 – D 3 – A 4 – E 5 – D 6 – E 7 – B



kavrama sorusu



Analitik düzlemde, şekilde asal eksen ve yedek eksen köşeleri verilen hiperbolün denklemini bulunuz.

çözüm

Grafiği verilen hiperbolün asal ekseni x eksenidir.

Buna göre denklemi, $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ şeklindedir.

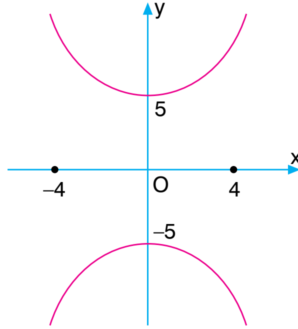
Şekilde verilenlere göre, a=7 ve b=5

Hiperbolün denklemi, $\frac{x^2}{7^2}-\frac{y^2}{5^2}=1$

Cevap: $\frac{x^2}{49}-\frac{y^2}{25}=1$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, şekilde asal eksen ve yedek eksen köşeleri verilen hiperbolün denklemini bulunuz.



çözüm

Grafiği verilen hiperbolün asal ekseni y eksenidir.

Buna göre denklemi, $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ şeklindedir.

Şekilde verilenlere göre, a=5 ve b=4

Hiperbolün denklemi, $\frac{y^2}{5^2}-\frac{x^2}{4^2}=1$

Cevap: $\frac{y^2}{25}-\frac{x^2}{16}=1$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ hiperbolünün grafiğini çiziniz.

çözüm

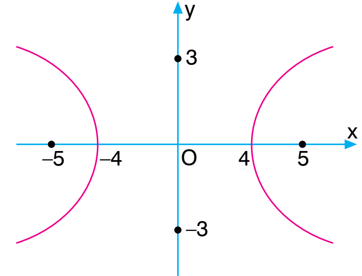
$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$

a=4 ve b=3

$c^2=a^2+b^2$ ise

$c^2=4^2+3^2$ ise c=5

Hiperbolün,
odak noktaları
(5,0) ve (–5,0)
asal eksen köşeleri
(4,0) ve (–4,0)
yedek eksen köşeleri (0,3) ve (0,–3)
ve grafiği yandaki gibi olur.



kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$ hiperbolünün grafiğini çiziniz.

çözüm

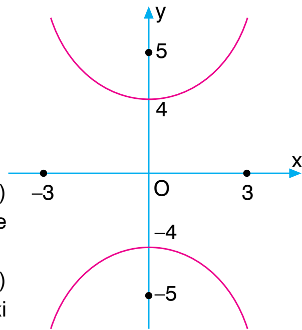
$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}$

a=4 ve b=3

$c^2=a^2+b^2$ ise

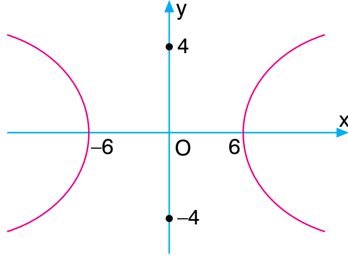
$c^2=4^2+3^2$ ise c=5

Hiperbolün,
odak noktaları (0,5) ve (0,–5)
asal eksen köşeleri (0,4) ve (0,–4)
yedek eksen köşeleri (3,0) ve (–3,0) ve grafiği yandaki gibi olur.





soru 1

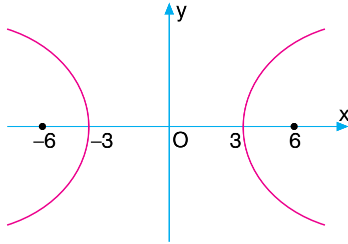


Analitik düzlemde, şekilde asal eksen ve yedek eksen köşeleri verilen hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{16}=1$ B) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{20}=1$ C) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$

D) $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{16}=1$ E) $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{36}=1$

soru 2



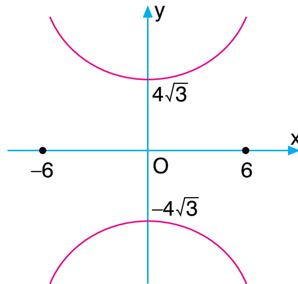
Analitik düzlemde, şekilde odak noktaları ve köşeleri verilen hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{16}=1$ B) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{36}=1$ C) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$

D) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{27}=1$ E) $\frac{y^2}{27}-\frac{x^2}{9}=1$

soru 3

Analitik düzlemde, şekilde asal eksen ve yedek eksen köşeleri verilen hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

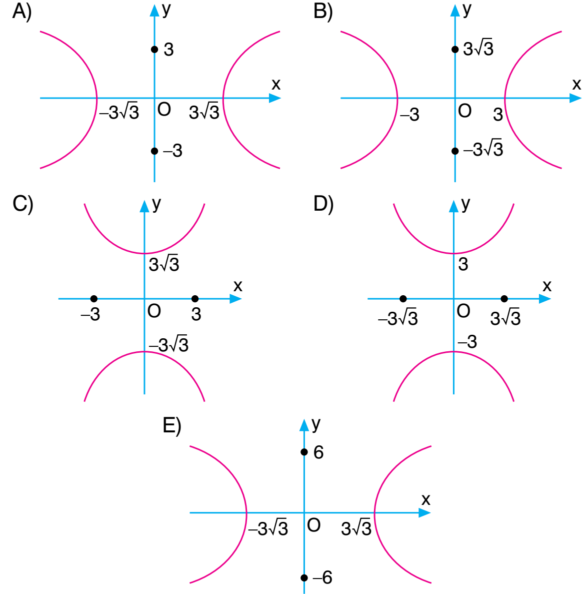


A) $\frac{x^2}{48}-\frac{y^2}{36}=1$ B) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{48}=1$ C) $\frac{y^2}{48}+\frac{x^2}{36}=1$

D) $\frac{y^2}{48}-\frac{x^2}{36}=1$ E) $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{48}=1$

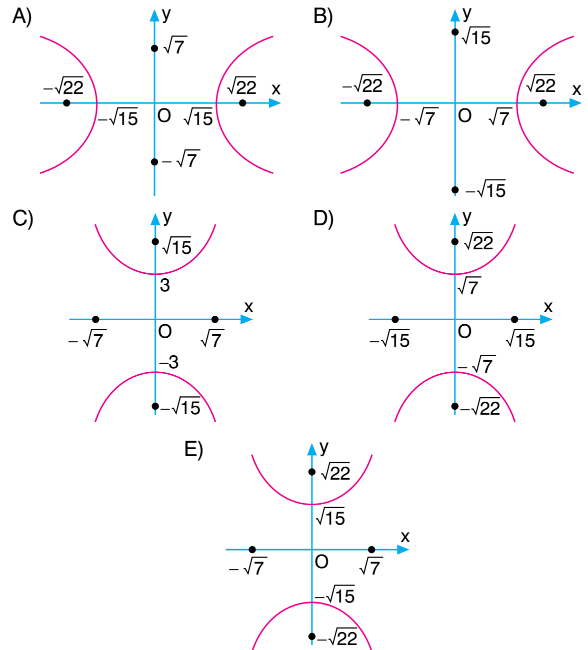
soru 4

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{27}-\frac{y^2}{9}=1$ hiperbolünün grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



soru 5

Analitik düzlemde, $\frac{y^2}{15}-\frac{x^2}{7}=1$ hiperbolünün grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



1 – A 2 – C 3 – D 4 – A 5 – E



Hiperbol denklemi bazen farklı formatta verilebilir.
Bu durumda verilen denklemi $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ şekline getirerek soruyu çözebilirsiniz.
Aşağıda verilen örnekleri dikkatle inceleyiniz.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $4x^2-25y^2=100$ hiperbolünün asal ekseninin uzunluğunu bulunuz.



Uyarı

Öncelikle yapmanız gereken, her iki tarafı da 100 ile bölerek hiperbol denklemini

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

formatına getirmektir.

çözüm

Her iki tarafı 100 ile bölelim.

$\frac{4x^2}{100}-\frac{25y^2}{100}=\frac{100}{100}$

$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{4}=1$

$a^2=25$ ise $a=5$

Asal eksen uzunluğu, $2a=2.5=10$

Cevap: 10

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $9y^2-16x^2=144$ hiperbolünün odak noktalarının koordinatlarını bulunuz.

çözüm

Her iki tarafı 144 ile bölelim.

$\frac{9y^2}{144}-\frac{16x^2}{144}=\frac{144}{144}$

$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$

$a^2=16$, $b^2=9$

$c^2=a^2+b^2$ ise $c^2=16+9=25$ ve $c=5$

Hiperbolün denklemi $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ şeklinde olduğuna göre, asal ekseni y eksenidir.

Buna göre, odak noktaları $F(0,5)$ ve $F'(0,-5)$

Cevap: $F(0,5)$ ve $F'(0,-5)$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $3x^2-5y^2=15$ hiperbolünün grafiğini çiziniz.

çözüm

$\frac{3x^2}{15}-\frac{5y^2}{15}=\frac{15}{15}$

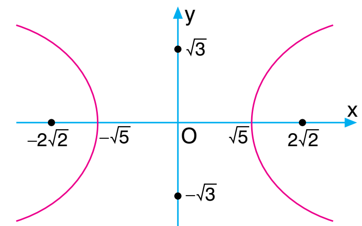
$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{3}=1$

$a=\sqrt{5}$, $b=\sqrt{3}$

$c^2=a^2+b^2$

$c^2=5+3=8$

$c=2\sqrt{2}$



Hiperbolde,

$(2\sqrt{2},0)$ ve $(-2\sqrt{2},0)$ odak noktaları

$(\sqrt{5},0)$ ve $(-\sqrt{5},0)$ asal eksen köşeleri

$(0,\sqrt{3})$ ve $(0,-\sqrt{3})$ yedek eksen köşeleri

ve grafiği yandaki gibi olur.



soru 1

Analitik düzlemde, $15x^2–20y^2=300$ hiperbolünün asal eksen köşelerinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\sqrt{15},0)$ $(-\sqrt{15},0)$ B) $(\sqrt{5},0)$ $(-\sqrt{5},0)$ C) $(2\sqrt{5},0)$ $(-2\sqrt{5},0)$

D) $(0,\sqrt{15})$ $(0,-\sqrt{15})$ E) $(0,2\sqrt{5})$ $(0,-2\sqrt{5})$

soru 2

Analitik düzlemde, $7x^2–5y^2=35$ hiperbolünün yedek eksen uzunluğu kaç br dir?

A) $\sqrt{7}$ B) $\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{7}$ E) $2\sqrt{15}$

soru 3

Analitik düzlemde, $6x^2–5y^2=30$ hiperbolünün odak noktalarının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\sqrt{11},0)$ $(-\sqrt{11},0)$ B) $(1,0)$ $(-1,0)$ C) $(\sqrt{30},0)$ $(-\sqrt{30},0)$

D) $(0,\sqrt{11})$ $(0,-\sqrt{11})$ E) $(0,1)$ $(0,-1)$

soru 4

Aşağıda denklemi verilen hiperbollerden hangisinin odak noktalarından birisi F(0,7) dir?

A) $15y^2–64x^2=960$ B) $20x^2–49y^2=980$ C) $9y^2–49x^2=441$

D) $24y^2–25x^2=600$ E) $24x^2–25y^2=600$

soru 5

Analitik düzlemde, odakları x ekseni üzerinde, asal eksen uzunluğu 12 br, yedek eksen uzunluğu 6 br olan merkezil hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x^2–y^2=36$ B) $x^2–4y^2=36$ C) $2x^2–4y^2=36$

D) $2y^2–4x^2=36$ E) $x^2–y^2=9$

soru 6

Analitik düzlemde, odakları y ekseni üzerinde, asal eksen uzunluğu 8 br, yedek eksen uzunluğu $4\sqrt{3}$ br olan merkezil hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x^2–3y^2=48$ B) $4y^2–3x^2=48$ C) $3x^2–4y^2=48$

D) $3y^2–4x^2=36$ E) $3y^2–4x^2=48$

soru 7

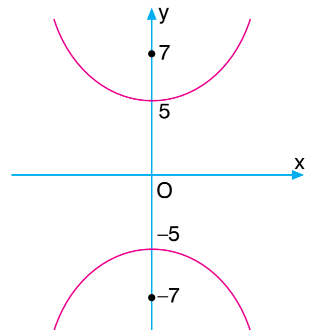
Analitik düzlemde, odakları F(0,6) ve F'(0,–6), asal eksen uzunluğu 10 br olan merkezil hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $11y^2–25x^2=275$ B) $25y^2–11x^2=275$ C) $11x^2–25y^2=275$

D) $25x^2–11y^2=275$ E) $9x^2–4y^2=45$

soru 8

Analitik düzlemde, şekilde odak noktaları ve asal eksen köşeleri verilen hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



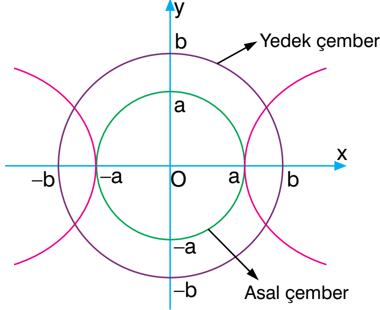
A) $25x^2–24y^2=600$ B) $24y^2–25x^2=600$ C) $24x^2–25y^2=600$

D) $16y^2–25x^2=240$ E) $25y^2–24x^2=600$

1 – C 2 – D 3 – A 4 – D 5 – B 6 – E 7 – A 8 – B



HİPERBOLÜN ÇEMBERLERİ



Asal Çember: Merkezi hiperbolün merkezi ve çapı asal eksen uzunluğu kadar olan çemberdir.

Yedek Çember: Merkezi hiperbolün merkezi ve çapı yedek eksen uzunluğu kadar olan çemberdir.

Doğrultman Çemberi: Merkezi hiperbolün odaklarından biri olan ve yarıçapı asal eksen uzunluğu kadar olan çemberdir.

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ hiperbolünün

Asal çember denklemi; $x^2+y^2=a^2$

Yedek çember denklemi; $x^2+y^2=b^2$

Doğrultman çember denklemi; $(x+c)^2+y^2=4a^2$

$(x-c)^2+y^2=4a^2$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$ hiperbolünün

a) Asal çember denklemini bulunuz.

b) Yedek çember denklemini bulunuz.

c) Doğrultman çember denklemlerini bulunuz.

çözüm

$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$ ise $a=5$, $b=4$

a) Asal çember denklemi $x^2+y^2=a^2$ ise $x^2+y^2=25$

b) Yedek çember denklemi $x^2+y^2=b^2$ ise $x^2+y^2=16$

c) $c^2=a^2+b^2$ ise $c^2=25+16=41$ ve $c=\sqrt{41}$

Doğrultman çember denklemleri

$(x+c)^2+y^2=4a^2$ ise $(x+\sqrt{41})^2+y^2=100$

$(x-c)^2+y^2=4a^2$ ise $(x-\sqrt{41})^2+y^2=100$

Hiperbolün Dış Merkezliği: Bir hiperbolde odaklar arası uzaklığın asal eksen uzunluğuna oranına hiperbolün dış merkezliği denir ve "e" harfi ile gösterilir. Buna göre

Hiperbolün dış merkezliği $= e = \frac{\text{odak noktaları arasındaki uzaklık}}{\text{asal eksen uzunluğu}} = \frac{\cancel{2}c}{\cancel{2}a} = \frac{c}{a}$ Buna göre,

$e = \frac{c}{a}$ Hiperbolde daima $e > 1$ dir.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{49}-\frac{y^2}{36}=1$ hiperbolünün dış merkezliği kaçtır?

çözüm

$a^2=49$ ise $a=7$, $b^2=36$ ise $b=6$

$c^2=a^2+b^2$ ise $c^2=49+36=85$ ise $c=\sqrt{85}$

$e=\frac{c}{a}$ ise $e=\frac{\sqrt{85}}{7}$

Cevap: $\frac{\sqrt{85}}{7}$



soru 1

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{24}-\frac{y^2}{18}=1$ hiperbolünün asal çember denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2=6$ B) $x^2+y^2=12$ C) $x^2+y^2=18$

D) $x^2+y^2=24$ E) $x^2+y^2=42$

soru 2

Analitik düzlemde, $x-2y^2=24$ hiperbolünün yedek çember denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2=6$ B) $x^2+y^2=12$ C) $x^2+y^2=18$

D) $x^2+y^2=24$ E) $x^2+y^2=36$

soru 3

Analitik düzlemde, aşağıdakilerden hangisi $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ hiperbolünün doğrultman çember denklemlerinden birisidir?

A) $(x-5)^2+y^2=64$ B) $(x-5)^2+y^2=16$ C) $(x-5)^2+y^2=100$

D) $(x-\sqrt{7})^2+y^2=16$ E) $(x-\sqrt{7})^2+y^2=64$

soru 4

Analitik düzlemde, asal çember denklemi $x^2+y^2=12$ yedek çember denklemi $x^2+y^2=8$ ve asal ekseni x ekseni olan merkezil hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{12}=1$ B) $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{12}=1$ C) $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{8}=1$

D) $\frac{y^2}{12}-\frac{x^2}{8}=1$ E) $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{4}=1$

soru 5

Analitik düzlemde, asal çember denklemi $x^2+y^2=5$, yedek çember denklemi $x^2+y^2=3$ ve asal ekseni y ekseni olan merkezil hiperbolün odak noktaları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\sqrt{2},0)$ $(-\sqrt{2},0)$ B) $(2\sqrt{2},0)$ $(-2\sqrt{2},0)$ C) $(0,\sqrt{2})$ $(0,-\sqrt{2})$

D) $(0,2\sqrt{2})$ $(0,-2\sqrt{2})$ E) $(0,4)$ $(0,-4)$

soru 6

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{9}-\frac{x^2}{6}=1$ hiperbolünün dış merkezliği kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{9}$ D) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ E) $\frac{4}{9}$

soru 7

Analitik düzlemde, dış merkezliği $\frac{5}{4}$, asal eksen uzunluğu 16 br ve asal ekseni x ekseni olan merkezil hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$ B) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ C) $\frac{x^2}{256}-\frac{y^2}{144}=1$

D) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$ E) $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$

soru 8

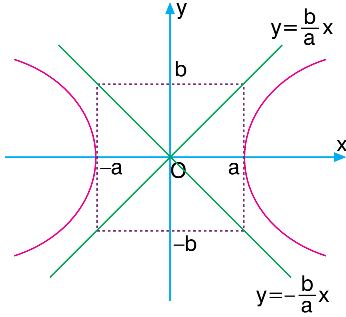
Analitik düzlemde, doğrultman çemberlerinden birisinin denklemi $(x+8)^2+y^2=144$ olan hiperbolün dış merkezliği kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

1 – D 2 – B 3 – A 4 – C 5 – D 6 – D 7 – E 8 – D



Hiperbolün Asimptotları



Hiperbolün kollarına sonsuzda teğet olup, hiperbolün merkezinden geçen doğrulara bu hiperbolün asimptotları denir.

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

merkezil hiperbolünün asimptotlarının denklemleri

$y=\frac{b}{a}x$ ve $y=-\frac{b}{a}x$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ hiperbolünün asimptotlarını bulunuz.

çözüm

$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$ ise $a=4$, $b=3$

Asimptot denklemleri;

$y=\frac{b}{a}x$ ise $y=\frac{3}{4}x$

$y=-\frac{b}{a}x$ ise $y=-\frac{3}{4}x$

Cevap: $y=\frac{3}{4}x$ ***ve*** $y=-\frac{3}{4}x$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, asimptot denklemlerinden birisi $y=\frac{2}{3}x$ ve asal ekseni x ekseni olan merkezil hiperbolün asal eksen uzunluğu 18 br olduğuna göre, hiperbolün denklemini bulunuz..

çözüm

Hiperbolün asal eksen uzunluğu $2a=18$ ise $a=9$

$y=\frac{b}{a}x=\frac{2}{3}x$ ise $\frac{b}{a}=\frac{2}{3}$

$\frac{b}{9}=\frac{2}{3}$ ise $b=6$

$a=9$, $b=6$ ise hiperbolün denklemi

$\frac{x^2}{9^2}-\frac{y^2}{6^2}=1$

Cevap: $\frac{x^2}{81}-\frac{y^2}{36}=1$

İkizkenar Hiperbol

Asal ve yedek eksen uzunlukları eşit olan hiperbollere ikizkenar hiperbol denir. İkizkenar hiperbolde a = b dir.

Buna göre ikizkenar hiperbolün denklemi $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{a^2}=1$ veya düzenlersek $x^2-y^2=a^2$

$x^2-y^2=a^2$ hiperbolünün asimptotları $y=x$ ve $y=-x$ doğrularındadır.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 18 br ve asal ekseni x ekseni olan ikizkenar hiperbolün denklemini bulunuz.

çözüm

Asal eksen uzunluğu $2a=18$ ise $a=9$

Hiperbolün denklemi

$x^2-y^2=a^2$ ise $x^2-y^2=9^2$

Cevap: $x^2-y^2=81$



soru 1

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ hiperbolünün asimptotlarından birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=\frac{16}{9}x$ B) $y=\frac{4}{3}x$ C) $y=\frac{3}{4}x$ D) $y=\frac{9}{10}x$ E) $y=\frac{1}{3}x$

soru 2

Analitik düzlemde, $x^2-3y^2=1$ hiperbolünün asimptotlarından birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=9x$ B) $y=3x$ C) $y=\sqrt{3}x$ D) $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$ E) $y=\frac{1}{3}x$

soru 3

Analitik düzlemde, asimptot doğruları $y=\frac{3}{4}x$ ve $y=-\frac{3}{4}x$ olan merkezil hiperbolün odaklar arası uzaklığı 30 br olduğuna göre, asal eksen uzunluğu kaç br dir?

A) 24 B) 22 C) 20 D) 18 E) 16

soru 4

Analitik düzlemde, asimptotlarından birisinin denklemi y=2x ve odaklar arası uzaklığı $4\sqrt{5}$ br olan merkezil hiperbolün asal ekseni x ekseni olduğuna göre, denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$ B) $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$ C) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$ D) $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{16}=1$ E) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$

soru 5

Analitik düzlemde, asimptotlarından birisi $y=\frac{8}{15}x$ ve odaklarından birisi F(17,0) olan merkezil hiperbol denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{225}-\frac{y^2}{144}=1$ B) $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{225}=1$ C) $\frac{x^2}{289}-\frac{y^2}{4}=1$ D) $\frac{x^2}{289}-\frac{y^2}{225}=1$ E) $\frac{x^2}{225}-\frac{y^2}{64}=1$

soru 6

Analitik düzlemde, aşağıdakilerden hangisi odak noktaları F(15,0) ve F'(–15,0) asal eksen köşeleri A(12,0) ve A'(–12,0) olan hiperbolün asimptot denklemlerinden birisidir?

A) $y=\frac{6}{5}x$ B) $y=\frac{5}{3}x$ C) $y=\frac{3}{4}x$ D) $y=\frac{4}{5}x$ E) $y=\frac{5}{6}x$

soru 7

Analitik düzlemde, odaklar arası uzaklığı 12 br olan ikizkenar hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{36}=1$ B) $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{12}=1$ C) $\frac{x^2}{24}-\frac{y^2}{24}=1$ D) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{16}=1$ E) $\frac{x^2}{18}-\frac{y^2}{18}=1$

soru 8

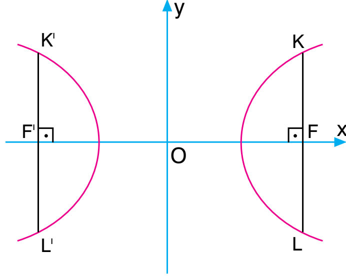
Analitik düzlemde, $x^2-y^2=18$ ikizkenar hiperbolünün odak noktaları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (3,0) (–3,0) B) $(3\sqrt{2},0)$ $(-3\sqrt{2},0)$ C) (0,3) (0,–3) D) (6,0) (–6,0) E) $(0,3\sqrt{2})$ $(0,-3\sqrt{2})$

1 – C 2 – D 3 – A 4 – A 5 – E 6 – C 7 – E 8 – D



Hiperbolün Parametresi



Hiperbolün odaklarının herhangi birinden asal eksene dik olarak çizilen kiriş uzunluğuna hiperbolün parametresi denir ve 2p ile gösterilir.

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ hiperbolünün parametresi: $2p=\frac{2b^2}{a}$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{4}=1$ hiperbolünün parametresini bulunuz.

çözüm

$a^2=25$ ise $a=5$

$b^2=4$ ise $b=2$

Hiperbolün parametresi,

$2p=\frac{2b^2}{a}=\frac{2.4}{5}=\frac{8}{5}$

Cevap: $\frac{8}{5}$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x^2-4y^2=36$ hiperbolünün parametresini bulunuz.

çözüm

Her iki tarafı 36 ile bölelim.

$\frac{x^2}{36}-\frac{4y^2}{36}=\frac{36}{36}$ ise $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{9}=1$

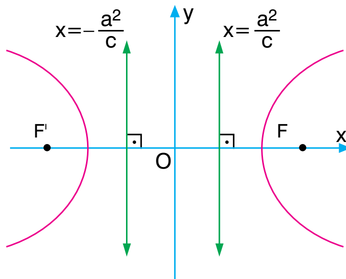
$a^2=36$ ise $a=6$, $b^2=9$ ise $b=3$

Hiperbolün parametresi,

$2p=\frac{2b^2}{a}=\frac{2.9}{6}=3$

Cevap: 3

Hiperbolün Doğrultmanları



$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ hiperbolünün doğrultmanları

$x=-\frac{a^2}{c}$ ve $x=\frac{a^2}{c}$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ hiperbolünün doğrultmanlarını bulunuz.

çözüm

$a^2=16$ ve $b^2=9$

$c^2=a^2+b^2$ ise $c^2=16+9=25$ ise $c=5$

$x=\frac{a^2}{c}$ ise $x=\frac{16}{5}$

$x=-\frac{a^2}{c}$ ise $x=-\frac{16}{5}$

Cevap: $x=\frac{16}{5}$ ***veya*** $x=-\frac{16}{5}$



soru 1

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{16}=1$ hiperbolünün parametresi kaçtır?

A) 2 B) 6 C) 8 D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{32}{3}$

soru 2

Analitik düzlemde, $4x^2-6y^2=24$ hiperbolünün parametresi kaçtır?

A) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{6}$ D) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

soru 3

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 18 br, yedek eksen uzunluğu 12 br olan hiperbolün parametresi kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

soru 4

Analitik düzlemde, asimptotlarından birisinin denklemi $y=\frac{1}{2}x$ olan merkezil hiperbolün odaklar arası uzaklığı $8\sqrt{5}$ br olduğuna göre, parametresi kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

soru 5

Analitik düzlemde, aşağıdakilerden hangisi $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$ hiperbolünün doğrultmanlarından birisidir?

A) $x=\frac{5}{4}$ B) $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $x=\frac{4}{3}$ D) $x=\frac{3}{5}$ E) $x=\frac{25}{\sqrt{41}}$

soru 6

Analitik düzlemde, $4x^2-9y^2=36$ hiperbolünün doğrultmanlarının denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x=\pm\frac{9}{\sqrt{13}}$ B) $x=\pm\frac{4}{3}$ C) $x=\pm\frac{9}{4}$ D) $x=\pm\frac{4}{5}$ E) $x=\pm\frac{4}{\sqrt{13}}$

soru 7

Analitik düzlemde, aşağıdakilerden hangisi asal eksen uzunluğu 8 br, odaklar arası uzaklığı 12 br ve asal ekseni x ekseni olan merkezil hiperbolün doğrultman denklemlerinden birisidir?

A) $x=\frac{\sqrt{5}}{3}$ B) $x=\frac{8}{3}$ C) $x=\frac{10}{3}$ D) $x=\frac{16}{3}$ E) $x=\frac{20}{3}$

soru 8

Analitik düzlemde, aşağıda verilen hiperbollerden hangisinin doğrultmanlarından birisi $x=-\frac{9}{5}$ doğrusudur?

A) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$ B) $x^2-y^2=1$ C) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{5}=1$ D) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ E) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$

1 – D 2 – A 3 – D 4 – B 5 – E 6 – A 7 – B 8 – D



Bir Doğru ile Bir Hiperbolün Birbirine Göre Durumları

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ hiperbolü ile $y=mx+n$ doğrusu için

$m^2a^2-b^2=n^2$ ise doğru hiperbolde teğettir.

$m^2a^2-b^2<n^2$ ise doğru hiperbolü iki farklı noktada keser.

$m^2a^2-b^2>n^2$ ise doğru hiperbolü kesmez.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y=3x+k$ doğrusu $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$ hiperbolüne teğet olduğuna göre k nın alabileceği değerleri bulunuz.

çözüm

$m=3,\ a^2=4,\ b^2=16$

$m^2a^2-b^2=n^2$ ise $3^2.4-16=k^2$

$20=k^2$

$k=\pm 2\sqrt{5}$

Cevap: $2\sqrt{5}$ veya $-2\sqrt{5}$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y=mx+\sqrt{14}$ doğrusu $4x^2-9y^2=36$ hiperbolüne teğet olduğuna göre, m in pozitif değeri kaçtır?

çözüm

Hiperbol denkleminin her iki tarafını 36 ile bölelim.

$\frac{4x^2}{36}-\frac{9y^2}{36}=\frac{36}{36}$ ise $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$

$a^2=9,\ b^2=4,\ n^2=14$

$m^2a^2-b^2=n^2$ ise $m^2.9-4=14$

$m=\pm\sqrt{2}$

Cevap: $\sqrt{2}$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y=2x+k$ doğrusu $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$ hiperbolünü farklı iki noktada kestiğine göre, k nın alabileceği <u>en küçük</u> pozitif tam sayı değeri kaçtır?

çözüm

$m=2,\ a^2=25,\ b^2=16$

$m^2a^2-b^2<n^2$ ise $2^2.25-16<k^2$

$84<k^2$

Buna göre, k nın alabileceği <u>en küçük</u> pozitif tam sayı değeri 10 dur.

Cevap: 10

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y=-\frac{1}{2}x+1$ doğrusu $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{k}=1$ hiperbolünü kesmediğine göre, k nın alabileceği değerler kümesini bulunuz.

çözüm

$m=-\frac{1}{2},\ a^2=8,\ b^2=k,\ n^2=1$

$m^2a^2-b^2>n^2$ ise $(-\frac{1}{2})^2.8-k>1$

$2-k>1$

$1>k$

Cevap: (0,1)



soru 1

Analitik düzlemde, y=mx+6 doğrusu $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$ hiperbolüne teğet olduğuna göre, m in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

soru 2

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen doğrulardan hangisi $2x^2-y^2=1$ hiperbolüne teğettir?

A) y=2x+5 B) y=2x+4 C) y=2x+3 D) y=2x+2 E) y=2x–1

soru 3

Analitik düzlemde, 2x–3y+k=0 doğrusu $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$ hiperbolüne teğet olduğuna göre, k nın negatif değeri kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

soru 4

Analitik düzlemde, $4x^2-5y^2=80$ hiperbolünün y=2x+3 doğrusuna paralel olan teğetlerinin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) y=2x+4, y=2x–4
B) y=2x+6, y=2x–6
C) y=2x+8, y=2x–8
D) y=2x+10, y=2x–10
E) y=2x+12, y=2x–12

soru 5

Analitik düzlemde, y=3x+k doğrusu $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{3}=1$ hiperbolünü farklı iki noktada kestiğine göre, k nın alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

soru 6

I. y=3x–7
II. y=3x–2
III. y=3x+5
IV. y=3x+9

Yukarıda verilen doğrulardan hangisi veya hangileri $3x^2-4y^2=12$ hiperbolünü farklı iki noktada keser?

A) II B) IV C) II, III D) I, IV E) I, II, III, IV

soru 7

Analitik düzlemde, y=5x+k doğrusu ile $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ hiperbolünün ortak noktası olmadığına göre, k aşağıdaki değerlerden hangisi alamaz?

A) 9 B) 8 C) 1 D) 0 E) –4

soru 8

Analitik düzlemde, y=mx–3 doğrusu ile $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$ hiperbolünün ortak noktası olmadığına göre, m aşağıdaki değerlerden hangisini alamaz?

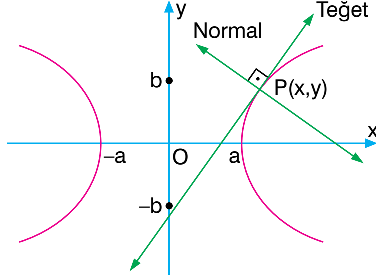
A) 7 B) 5 C) 3 D) 1 E) –3

1 – E 2 – E 3 – C 4 – C 5 – C 6 – D 7 – A 8 – D



Hiperbole Üzerindeki Bir Noktadan Çizilen Teğetin ve Normalin Denklemleri

A. Hiperbolün Teğet Denklemi



Denklemi $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ olan hiperbolün üzerindeki $P(x_1,y_1)$ noktasındaki teğetin denklemi

$$\frac{x_1 \cdot x}{a^2}-\frac{y_1 \cdot y}{b^2}=1$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$ hiperbolünün üzerindeki P(4,2) noktasındaki teğetinin denklemini bulunuz.

çözüm

$x_1=4$, $y_1=2$ değerlerini denklemde yerine yazalım.

$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$ ise $\frac{4x}{8}-\frac{2y}{4}=1$ ise $\frac{x}{2}-\frac{y}{2}=1$

Düzenlersek teğetin denklemi $x-y-2=0$

Cevap: x–y–2=0

B. Hiperbolün Normal Denklemi

Birbirine dik olan iki doğrunun eğimleri çarpımı –1 dir. Hiperbolün teğeti ile normali birbirine dik olduğuna göre eğimleri çarpımı –1 dir. Yani $m_T.m_N=-1$

Bir doğrunun denklemini yazabilmek için doğrunun eğimi ve geçtiği bir noktanın koordinatları bilinmelidir. Buna göre, Normal doğrusunun denklemini yazabilmek için

1) Normalin eğimini bilmeliyiz.
2) Normalin geçtiği bir noktayı bilmeliyiz.

Normalin eğimi; $m_T.m_N=-1$ bağıntısından bulabiliriz.

Normalin geçtiği nokta; soruda zaten size verilmiş olmalıdır.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $4x^2-2y^2=28$ hiperbolü ve üzerindeki P(3,2) noktası veriliyor.

a) Hiperbolün P noktasından geçen teğetinin denklemini bulunuz.

b) Hiperbolün P noktasından geçen teğetinin eğimini bulunuz.

c) Hiperbolün P noktasındaki normalinin eğimini bulunuz.

d) Hiperbolün P noktasındaki normalinin denklemini bulunuz.

çözüm

a) $x_1=3$, $y_1=2$ değerlerini denklemde yerine yazalım.
$4x^2-2y^2=28$ ise $4.3x-2.2y=28$
$12x-4y=28$
Düzenlersek teğetin denklemi; $3x-y-7=0$

b) $ax+by+c=0$ doğrusunun eğimi
$m=-\frac{a}{b}$ ise teğetin eğimi $m_T=\frac{-3}{-1}=3$

c) Normalin eğimi
$m_T.m_N=-1$ ise $3.m_N=-1$ ve $m_N=-\frac{1}{3}$

d) Normalin denklemi; normalin eğimi $-\frac{1}{3}$ ise denklemi $x+3y+c=0$ şeklindedir.
P(3,2) noktası normal denklemini sağlar.
$x+3y+c=0$
$3+3.2+c=0$ ise $c=-9$
Normal denklemi $x+3y-9=0$



soru 1

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{10}-\frac{y^2}{6}=1$ hiperbolüne üzerindeki P(5,3) noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x–y–2=0
B) x–y+2=0
C) x+y–3=0
D) x+y–8=0
E) x–2y+1=0

soru 2

Analitik düzlemde, $6x^2-7y^2=42$ hiperbolüne üzerindeki P(7,6) noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x+y–13=0
B) 2x–y–8=0
C) x–2y+5=0
D) x–y–1=0
E) x–y+1=0

soru 3

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1$ hiperbolüne üzerindeki P(3,2) noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$
B) $\frac{1}{3}$
C) $\frac{1}{2}$
D) 1
E) 2

soru 4

Analitik düzlemde, $12x^2-9y^2=44$ hiperbolüne üzerindeki P(2,k) noktasından çizilen teğetin eğimi kaç olabilir?

A) $-\frac{1}{3}$
B) $-\frac{1}{2}$
C) $\frac{1}{4}$
D) 1
E) 4

soru 5

Analitik düzlemde, $ax^2-by^2=c$ hiperbolüne üzerindeki P noktasından çizilen teğetin eğimi $\frac{5}{7}$ olduğuna göre, bu hiperbolün P noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

A) $\frac{7}{5}$
B) $\frac{5}{7}$
C) –1
D) $-\frac{5}{7}$
E) $-\frac{7}{5}$

soru 6

Analitik düzlemde, $4x^2-7y^2=9$ hiperbolüne üzerindeki P(2,1) noktasından çizilen normalin eğimi kaçtır?

A) $\frac{8}{7}$
B) $\frac{7}{8}$
C) $\frac{2}{3}$
D) $-\frac{7}{8}$
E) $-\frac{8}{7}$

soru 7

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ hiperbolüne üzerindeki P(3,4) noktasından çizilen teğetin denklemi 2x–y–2=0 olduğuna göre, bu hiperbolün P noktasındaki normalinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x+2y+6=0
B) x+2y+2=0
C) x+2y–11=0
D) x–y+1=0
E) 2x+y–1=0

soru 8

Analitik düzlemde, $5x^2-y^2=1$ hiperbolüne üzerindeki P(1,2) noktasından çizilen normalinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

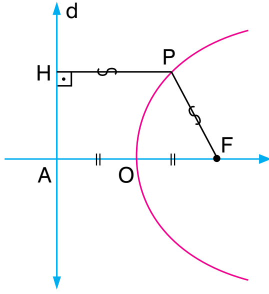
A) 2x+5y–12=0
B) 2x+5y+3=0
C) 2x–5y+8=0
D) 5x–2y–1=0
E) 5x+y–7=0

1 – A 2 – D 3 – D 4 – E 5 – E 6 – D 7 – C 8 – A





PARABOLÜN ANALİTİK İNCELEMESİ



Düzlemde sabit bir noktaya ve sabit bir doğruya eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerine parabol denir. Sabit noktaya parabolün odağı, sabit doğruya parabolün doğrultman doğrusu, odak noktasının doğrultmana uzaklığına parabolün parametresi denir.

Yanda verilen şekilde

F : parabolün odak noktası

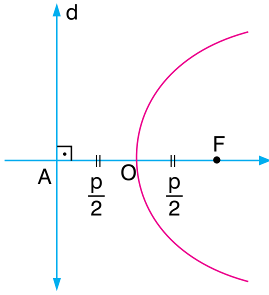
d : parabolün doğrultman doğrusu

O : parabolün köşesi

Parabol üzerindeki herhangi bir noktanın, odağa ve doğrultman doğrusuna uzaklıkları eşittir.

Şekilde, $|PH| = |PF|$ ve $|AO| = |FO|$ dur.

Parabolün Parametresi



Parabolün odağının doğrultmana olan uzaklığına parabolün parametresi denir ve "p" ile gösterilir.

Şekilde $|AF| = p$ (parabolün parametresi)

$|AO| = |FO| = \frac{p}{2}$

Parabolün Dış Merkezliği

Parabolün dış merkezliği "e" ile gösterilir ve daima e=1 dir.

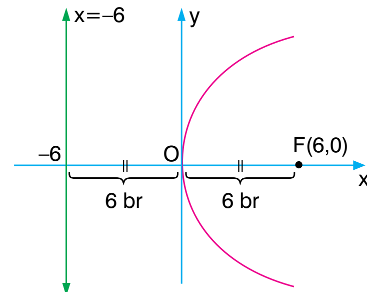
kavrama sorusu

Analitik düzlemde odak noktası F(6,0) ve doğrultmanı x=–6 doğrusu olan parabolün

a) Parametresini bulunuz.

b) Köşe koordinatlarını bulunuz.

çözüm



a) Odak noktasının doğrultmana uzaklığı parabolün parametresini verir.
Buna göre, p=6+6=12

b) Odak noktası ile doğrultman doğrusunun orta noktası parabolün köşesidir. Buna göre parabolün köşesinin koordinatları (0,0) dır.



soru 1

Analitik düzlemde, odak noktası F(4,0) ve doğrultmanı x=–4 doğrusu olan parabolün parametresi kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

soru 2

Analitik düzlemde, odak noktası F(5,0) ve köşesi A(0,0) olan parabolün parametresi kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 10 D) 15 E) 20

soru 3

Analitik düzlemde, köşesinin doğrultmanına uzaklığı 12 br olan parabolün parametresi kaçtır?

A) 24 B) 18 C) 12 D) 9 E) 6

soru 4

Analitik düzlemde, parametresi 18 olan parabolün odak noktası ile köşesi arasındaki mesafe kaç br dir?

A) 36 B) 24 C) 18 D) 12 E) 9

soru 5

Analitik düzlemde, odak noktası F(6,0) köşesi A(2,0) olan parabolün doğrultman doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

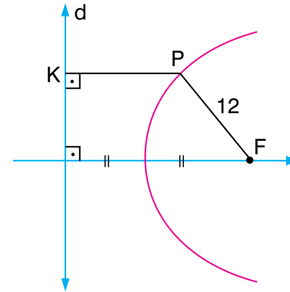
A) x=–6 B) x=–4 C) x=–2 D) x=0 E) x=2

soru 6

Analitik düzlemde, doğrultman doğrusu x=–5, köşesi A(3,0) olan parabolün odak noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (3,0) B) (6,0) C) (9,0) D) (11,0) E) (15,0)

soru 7



Analitik düzlemde, doğrultmanı d, odak noktası F olan parabol şekilde verilmiştir.

Parabolün üzerindeki P noktasının odağa uzaklığı |PF| = 12 br olduğuna göre, P noktasının doğrultmana uzaklığı |PK| kaç br dir?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

soru 8

Analitik düzlemde, bir parabolün dış merkezliği aşağıda verilen değerlerden hangisini alabilir?

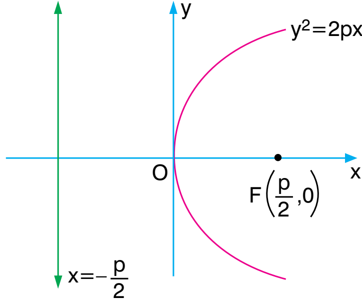
A) $-\frac{5}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) –1 D) 1 E) $\frac{3}{2}$

1 – D 2 – C 3 – A 4 – E 5 – C 6 – D 7 – A 8 – D



MERKEZİL PARABOL DENKLEMİ

$y^2 = 2px$ Parabolü



Köşesi orijinde ve kolları x ekseninin pozitif tarafında olan paraboldür.

$y^2=2px$ parabolünün parametresi : p

odak noktası : $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

doğrultmanı : $x=-\frac{p}{2}$

köşesi : O(0,0)

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y^2=8x$ parabolünün

a) Parametresini bulunuz.

b) Odak noktasının koordinatlarını bulunuz.

c) Doğrultman doğrusunun denklemini bulunuz.

çözüm

$y^2=2px$ bağıntısından $2px=8x$ ise $p=4$

a) Parabolün parametresi $p=4$ tür.

b) Parabolün odak noktası

$F\left(\frac{p}{2}, 0\right)=F(2,0)$

c) Parabolün doğrultman doğrusu

$x=-\frac{p}{2}$ ise $x=-2$ doğrusudur.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, odak noktası F(9,0) ve doğrultmanı $x=-9$ olan merkezil parabolün denklemini bulunuz.

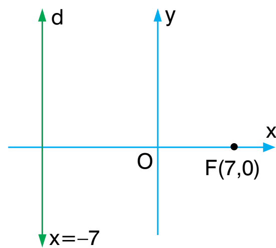
çözüm

Parabolün parametresi $p=2.9=18$

$y^2=2px$ ise $y^2=2.18x$ ise $y^2=36x$

Cevap: $y^2=36x$

kavrama sorusu



Analitik düzlemde, F(7,0) noktasına ve $x=-7$ doğrusuna eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri nedir?

çözüm

Sizden istenen odak noktası F(7,0) ve doğrultmanı $x=-7$ doğrusu olan paraboldür.

Parabolün parametresi $p=2.7=14$

$y^2=2px$ ise $y^2=2.14.x$ ise $y^2=28x$

Cevap: $y^2=28x$



soru 1

Analitik düzlemde, $y^2=12x$ parabolünün parametresi, odak noktası ve doğrultman doğrusunun denklemi ile ilgili aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

	Parametresi	Odak Noktası	Doğrultman Denklemi
A)	p=12	F(6,0)	x=–3
B)	p=6	F(6,0)	x=–6
C)	p=6	F(3,0)	x=–3
D)	p=3	F(6,0)	x=–6
E)	p=3	F(3,0)	x=–3

soru 2

Analitik düzlemde, $y^2=6x$ parabolünün odak noktasının doğrultmana uzaklığı kaç br dir?

A) $\frac{3}{2}$ B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

soru 3

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen parabollerden hangisinin parametresi 7 dir?

A) $y^2=\frac{7}{2}x$ B) $y^2=7x$ C) $y^2=\frac{21}{2}x$ D) $y^2=14x$ E) $y^2=28x$

soru 4

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen parabollerden hangisinin odak noktası F(5,0) dır?

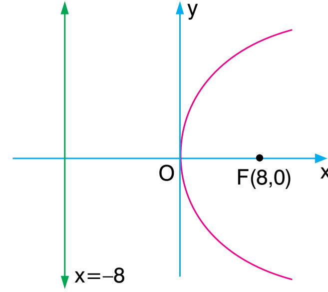
A) $y^2=5x$ B) $y^2=10x$ C) $y^2=15x$ D) $y^2=20x$ E) $y^2=25x$

soru 5

Analitik düzlemde, odak noktası F(4,0) ve doğrultmanı x=–4 doğrusu olan parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y^2=16x$ B) $y^2=12x$ C) $y^2=8x$ D) $y^2=4x$ E) $y^2=2x$

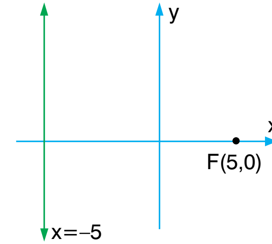
soru 6



Analitik düzlemde, odak noktası ve doğrultman doğrusu verilen merkezil parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y^2=4x$ B) $y^2=8x$ C) $y^2=16x$ D) $y^2=24x$ E) $y^2=32x$

soru 7

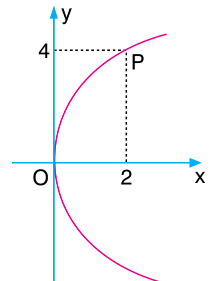


Analitik düzlemde, F(5,0) noktasına ve x=–5 doğrusuna eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y^2=20x$ B) $y^2=15x$ C) $y^2=10x$ D) $y^2=5x$ E) $y^2=\frac{5}{2}x$

soru 8

Analitik düzlemde, odak noktası x ekseni üzerinde bulunan ve P(2,4) noktasından geçen merkezil parabolün grafiği verilmiştir.



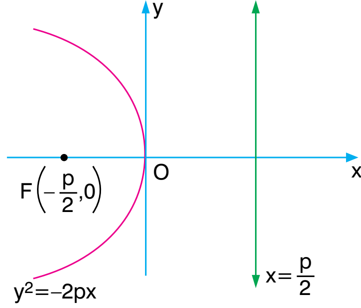
Buna göre, parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y^2=10x$ B) $y^2=8x$ C) $y^2=6x$ D) $y^2=4x$ E) $y^2=2x$

1 – C 2 – B 3 – D 4 – D 5 – A 6 – E 7 – A 8 – B



$y^2 = -2px$ Parabolü



Köşesi orijinde ve kolları x ekseninin negatif tarafında olan paraboldür.

$y^2=-2px$ parabolünün parametresi : p

odak noktası: $F\left(-\frac{p}{2}, 0\right)$

doğrultmanı : $x=\frac{p}{2}$

köşesi : O(0,0)

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y^2=-8x$ parabolünün

a) Parametresini bulunuz.

b) Odak noktasının koordinatlarını bulunuz.

c) Doğrultman doğrusunun denklemini bulunuz.

çözüm

$y^2=-2px$ bağıntısından $-2px=-8x$ ise $p=4$

a) Parabolün parametresi p=4 tür.

b) Parabolün odak noktası

$F\left(-\frac{p}{2}, 0\right)=F(-2,0)$

c) Parabolün doğrultman doğrusu

$x=\frac{p}{2}$ ise $x=2$ doğrusudur.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, odak noktası F(–9,0) ve doğrultmanı x=9 doğrusu olan merkezil parabolün denklemini bulunuz.

çözüm

Parabolün parametresi $p=2.9=18$

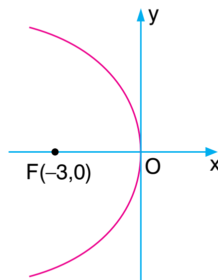
$y^2=-2px$ ise $y^2=-2.18x$

$y^2=-36x$

Cevap: $y^2=-36x$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, odak noktası ve köşesi verilen parabolün denklemini bulunuz.



çözüm

Parabol odak noktası F(–3,0) olan merkezil paraboldür.

Parametresi $p=2.3=6$

Parabol denklemi

$y^2=-2px$ ise $y^2=-2.6x$

$y^2=-12x$

Cevap: $y^2=-12x$



soru 1

Analitik düzlemde, $y^2=-6x$ parabolünün parametresi kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

soru 2

Analitik düzlemde, $y^2=-6x$ parabolünün odak noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\frac{1}{2},0\right)$ B) $(-1,0)$ C) $\left(-\frac{3}{2},0\right)$ D) $(-2,0)$ E) $(-4,0)$

soru 3

Analitik düzlemde, $y^2+5x=0$ parabolünün doğrultman doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x=-\frac{5}{4}$ B) $x=-\frac{5}{2}$ C) $x=\frac{5}{4}$ D) $x=\frac{5}{2}$ E) $x=5$

soru 4

Analitik düzlemde, $y^2=-\frac{9}{2}x$ parabolünün odak noktası ile doğrultmanı arasındaki mesafe kaç br dir?

A) 18 B) 9 C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{9}{8}$

soru 5

Analitik düzlemde, odak noktası F(–4,0) ve doğrultmanı x=4 olan parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y^2=-16x$ B) $y^2=-8x$ C) $y^2=-4x$ D) $y^2=8x$ E) $y^2=16x$

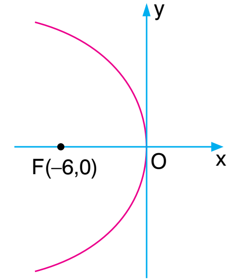
soru 6

Analitik düzlemde, odak noktası F(–1,0) ve köşesi orijin olan parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y^2=4x$ B) $y^2=2x$ C) $y^2=-x$ D) $y^2=-2x$ E) $y^2=-4x$

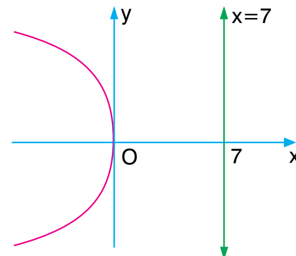
soru 7

Analitik düzlemde, odak noktası ve köşesi verilen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



A) $y^2=-6x$ B) $y^2=-9x$ C) $y^2=-12x$ D) $y^2=-18x$ E) $y^2=-24x$

soru 8



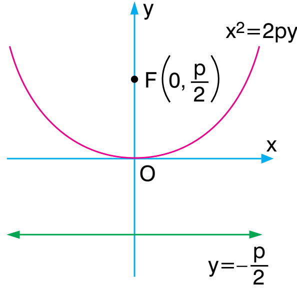
Analitik düzlemde, köşesi ve doğrultmanı gösterilen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y^2=-28x$ B) $y^2=-14x$ C) $y^2=-7x$ D) $y^2=7x$ E) $y^2=14x$

1 – B 2 – C 3 – C 4 – D 5 – A 6 – E 7 – E 8 – A



x^2 = 2py Parabolü



Köşesi orijinde ve kolları y ekseninin pozitif tarafında olan paraboldür.

$x^2=2py$ parabolünün parametresi : p

odak noktası : $F\left(0,\frac{p}{2}\right)$

doğrultmanı : $y=-\frac{p}{2}$

köşesi : O(0,0)

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x^2=12y$ parabolünün

a) Parametresini bulunuz.

b) Odak noktasını bulunuz.

c) Doğrultman doğrusunun denklemini bulunuz.

çözüm

$x^2=2py$ bağıntısından $2py=12y$ ise $p=6$

a) Parabolün parametresi p=6 dır.

b) Parabolün odak noktası

$F\left(0,\frac{p}{2}\right)=F(0,3)$

c) Parabolün doğrultman doğrusu

$y=-\frac{p}{2}$ ise $y=-3$ doğrusudur.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, odak noktası F(0,2) ve doğrultman doğrusu y=–2 olan merkezil parabolün denklemini bulunuz.

çözüm

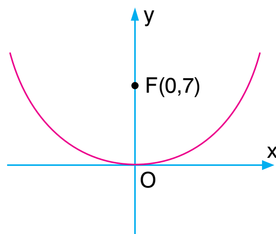
Parabolün parametresi p=2.2=4

$x^2=2py$ ise $x^2=2.4y$

$x^2=8y$

Cevap: $x^2=8y$

kavrama sorusu



Analitik düzlemde, odak noktası ve köşesi verilen parabolün denklemini bulunuz.

çözüm

Parabol odak noktası F(0,7) olan merkezil paraboldür.

Parametresi p=2.7=14

Parabolün denklemi

$x^2=2py$ ise $x^2=2.14y$

$x^2=28y$

Cevap: $x^2=28y$



soru 1

Analitik düzlemde, $x^2=6y$ parabolünün parametresi kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

soru 2

Analitik düzlemde, $x^2=15y$ parabolünün odak noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{15}{2},0\right)$ B) $\left(\frac{15}{4},0\right)$ C) $\left(0,\frac{15}{2}\right)$ D) $(0,\frac{15}{4})$ E) $(0,\frac{15}{8})$

soru 3

Analitik düzlemde, $x^2=7y$ ve $x^2=23y$ parabollerinin odak noktaları arasındaki mesafe kaç br dir?

A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

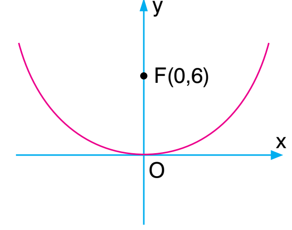
soru 4

Analitik düzlemde, $x^2=11y$ parabolünün doğrultman doğrusu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=-\frac{11}{4}$ B) $y=-\frac{11}{2}$ C) $y=-11$ D) $y=\frac{11}{2}$ E) $y=11$

soru 5

Analitik düzlemde, odak noktası ve köşesi verilen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



A) $x^2=24y$ B) $x^2=12y$ C) $x^2=9y$ D) $y^2=18x$ E) $y^2=24x$

soru 6

Analitik düzlemde, doğrultmanı $y=-4$ doğrusu olan merkezil parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2=8y$ B) $x^2=12y$ C) $x^2=16y$ D) $y^2=16x$ E) $y^2=24x$

soru 7

Analitik düzlemde, $y^2=6x$ ve $x^2=12y$ parabollerinin odak noktaları arasındaki mesafe kaç br dir?

A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ D) $3\sqrt{5}$ E) $6\sqrt{5}$

soru 8

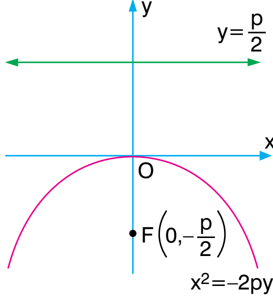
Analitik düzlemde, $x^2=5y$ ve $y^2=9x$ parabollerinin doğrultman doğrularının kesişim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{5}{2},\frac{9}{2}\right)$ B) $\left(\frac{9}{2},\frac{5}{2}\right)$ C) $\left(-\frac{5}{4},-\frac{9}{4}\right)$ D) $\left(-\frac{9}{4},-\frac{5}{4}\right)$ E) $\left(\frac{9}{4},-\frac{5}{4}\right)$

1 – B 2 – D 3 – A 4 – A 5 – A 6 – C 7 – C 8 – D



$x^2 = -2py$ Parabolü



Köşesi orijinde ve kolları y ekseninin negatif tarafında olan paraboldür.

$x^2=-2py$ parabolünün parametresi : p

odak noktası : $F\left(0,-\frac{p}{2}\right)$

doğrultmanı : $y=\frac{p}{2}$

köşesi : O(0,0)

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x^2=-12y$ parabolünün

a) Parametresini bulunuz.

b) Odak noktasını bulunuz.

c) Doğrultman doğrusunun denklemini bulunuz.

çözüm

$x^2=-2py$ bağıntısından $-2py=-12y$ ise $p=6$

a) Parabolün parametresi p=6 dır.

b) Parabolün odak noktası

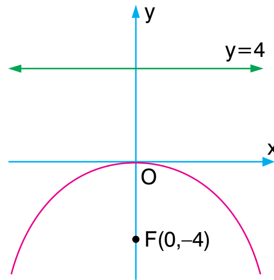
$F\left(0,-\frac{p}{2}\right)=F(0,-3)$

c) Parabolün doğrultman doğrusu

$y=\frac{p}{2}$ ise $y=3$ doğrusudur.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, odak noktası ve doğrultmanı verilen parabolün denklemini bulunuz.



çözüm

Parabolün parametresi p=2.4=8

$x^2=-2py$ ise $x^2=-2.8y$

$x^2=-16y$

Cevap: $x^2=-16y$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, parametresi p=16 odak noktası y ekseni üzerinde ve y ekseninin negatif tarafında olan merkezil parabolün denklemini bulunuz.

çözüm

Parabolün odak noktası y ekseni üzerinde ve y ekseninin negatif tarafında ise denklemi $x^2=-2py$ şeklindedir.

p=16 olduğuna göre, parabolün denklemi

$x^2=-2.16y=-32y$

Cevap: $x^2=-32y$



soru 1

Analitik düzlemde, $x^2=-18y$ parabolünün parametresi, odak noktası ve doğrultman doğrusu ile ilgili aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

	Parametresi	Odak Noktası	Doğrultman Denklemi
A)	p=18	F(0,–9)	y=9
B)	p=18	F(0,9)	y=–9
C)	p=9	$F\left(0,\frac{9}{2}\right)$	$y=-\frac{9}{2}$
D)	p=9	$F\left(0,-\frac{9}{2}\right)$	$y=-\frac{9}{2}$
E)	p=9	$F\left(0,-\frac{9}{2}\right)$	$y=\frac{9}{2}$

soru 2

Analitik düzlemde, odak noktası $F\left(0,-\frac{3}{2}\right)$ olan merkezil parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2=6y$ B) $x^2=3y$ C) $x^2=-3y$ D) $x^2=-6y$ E) $x^2=-12y$

soru 3

Analitik düzlemde, $y^2=-4x$ ve $x^2=-12y$ parabollerinin odak noktaları arasındaki mesafe kaç br dir?

A) $\sqrt{10}$ B) $\sqrt{15}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{10}$ E) $2\sqrt{15}$

soru 4

Analitik düzlemde, $y^2=9x$ ve $x^2=-10y$ parabollerinin doğrultmanlarının kesişim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\frac{9}{4},\frac{5}{2}\right)$ B) $\left(\frac{9}{4},-\frac{5}{2}\right)$ C) $\left(\frac{5}{2},\frac{9}{4}\right)$ D) $\left(-\frac{5}{2},\frac{9}{4}\right)$ E) $\left(\frac{5}{2},-\frac{9}{4}\right)$

soru 5

Aşağıda bazı parabol denklemleri ile, bu parabollerin odakları ve doğrultman doğruları verilmiştir.

Buna göre, verilenlerden hangisi yanlıştır?

	Parabol Denklemi	Odak Noktası	Doğrultman Denklemi
A)	$x^2=12y$	F(0,3)	y=–3
B)	$x^2=-8y$	F(0,–2)	y=2
C)	$y^2=-10x$	$F\left(-\frac{5}{2},0\right)$	$x=\frac{5}{2}$
D)	$x^2=6y$	$F\left(-\frac{3}{2},0\right)$	$x=\frac{3}{2}$
E)	$y^2=18x$	$F\left(\frac{9}{2},0\right)$	$x=-\frac{9}{2}$

soru 6

I. $x^2=4y$
II. $x^2=-2y$
III. $y^2=4x$
IV. $y^2=-8x$

Yukarıda verilen parabollerle ilgili, aşağıdaki bilgilerden hangisi yanlıştır?

A) I no'lu parabolün odağı y ekseni üzerinde, eksenin pozitif tarafındadır.

B) III no'lu parabolün odağı x ekseni üzerinde, eksenin pozitif tarafındadır.

C) IV no'lu parabolün odağı x ekseni üzerinde, eksenin negatif tarafındadır.

D) II ve III no'lu parabollerin doğrultmanları $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$ noktasında kesişir.

E) I ve IV no'lu parabollerin odak noktaları arasındaki uzaklık $\sqrt{17}$ br dir.

soru 7

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen parabol çiftlerinin hangisinde, parabollerin doğrultman doğruları K(–3,2) noktasında kesişir?

A)	B)	C)	D)	E)
$x^2=12y$	$x^2=-12y$	$x^2=-8y$	$x^2=-12y$	$x^2=6y$
$y^2=-8x$	$y^2=-8x$	$y^2=12x$	$y^2=8x$	$y^2=-4x$

1 – E 2 – D 3 – A 4 – A 5 – D 6 – E 7 – C



Bir Doğru ile Parabolün Birbirine Göre Durumları

$y=mx+n$ doğrusu ile $y^2=2px$ parabolünün üç farklı durumu vardır.

1) $p=2mn$ ise doğru parabole teğettir.
2) $p>2mn$ ise doğru parabolü iki farklı noktada keser.
3) $p<2mn$ ise doğru parabolü kesmez.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y=3x+2$ doğrusu $y^2=2px$ parabolüne teğet olduğuna göre, p kaçtır?

çözüm

Doğru denkleminden $m=3$ ve $n=2$

Doğru parabole teğet ise $p=2mn$ dir.

$p=2.3.2=12$

Cevap: 12

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x+y+k=0$ doğrusu $y^2=8x$ parabolüne teğet olduğuna göre, k kaçtır?

çözüm

$x+y+k=0$ ise $y=-x-k$

$m=-1$ ve $n=-k$

$y^2=2px=8x$ ise $p=4$

Doğru parabole teğet ise $p=2mn$

$p=4=2.(-1).(-k)$ ise $k=2$

Cevap: 2

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x+y+2=0$ doğrusu ile $y^2=-x$ parabolünün kesiştikleri noktaların apsislerini bulunuz.

çözüm

Doğru denkleminden y yi çekerek parabol denkleminde yerine yazarız.

$x+y+2=0$ ise $y=-x-2$

$y^2=-x$ ise $(-x-2)^2=-x$

$x^2+4x+4=-x$

$x^2+5x+4=0$

$(x+4)(x+1)=0$

$x_1=-4 \quad x_2=-1$

Cevap: –4 ve –1



soru 1

Analitik düzlemde, $y=2x+k$ doğrusu $y^2=4x$ parabolüne teğet olduğuna göre, k kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

soru 2

Analitik düzlemde, $2y-3x+4=0$ doğrusu $y^2=kx$ parabolüne teğet olduğuna göre, k kaçtır?

A) –12 B) –9 C) –6 D) –3 E) –1

soru 3

Analitik düzlemde, $y=x+n$ doğrusu odak noktası F(5,0) ve köşesi orijin olan parabole teğet olduğuna göre, n kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 10

soru 4

Analitik düzlemde, $y^2=4x$ parabolünün $x-2y+7=0$ doğrusuna paralel olan teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x-2y+1=0$ B) $x-2y+2=0$ C) $x-2y+3=0$

D) $x-2y+4=0$ E) $x-2y+5=0$

soru 5

Analitik düzlemde, $y^2=8x$ parabolünün $x+y-3=0$ doğrusuna dik olan teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x-y-2=0$ B) $x-y=0$ C) $x-y+2=0$

D) $x+y-2=0$ E) $x+y+2=0$

soru 6

Analitik düzlemde, $y^2=6x$ parabolü ile $y=1$ doğrusunun kesiştiği noktanın apsisi kaçtır?

A) $-\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 1

soru 7

Analitik düzlemde, $x^2=4y$ parabolü ile $x+y-3=0$ doğrusunun kesiştikleri noktaların apsisleri toplamı kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 2 D) 4 E) 6

soru 8

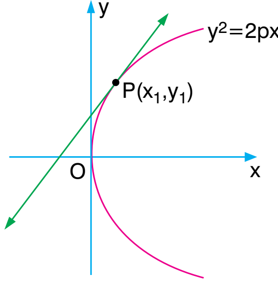
Analitik düzlemde, $y^2=10x$ parabolünün odağından geçen ve x eksenine dik olan kirişin uzunluğu kaç br dir?

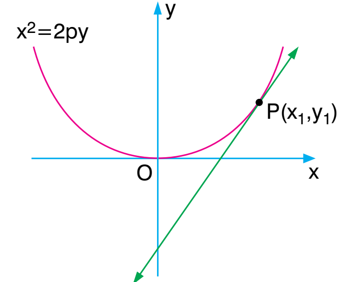
A) 5 B) $\frac{15}{2}$ C) 10 D) 15 E) 20

1 – C 2 – A 3 – C 4 – D 5 – C 6 – C 7 – A 8 – C



Parabole Üzerindeki Bir Noktadan Çizilen Teğet veya Normalin Denklemi





$y^2=2px$ parabolüne üzerindeki $P(x_1,y_1)$ noktasından çizilen teğetin denklemi:

$$y_1y=p(x+x_1)$$

$x^2=2py$ parabolüne üzerindeki $P(x_1,y_1)$ noktasından çizilen teğetin denklemi:

$$x_1x=p(y+y_1)$$

Parabolün üzerindeki bir noktadan geçen teğetin denklemini yazarken, yukarıda verilen bağıntıları kullanırız. Parabolün üzerindeki bir noktadan geçen normalin denklemini yazarkende önce teğet denklemini buluruz. Normal ve teğet doğruları birbirine dik oldukları için eğimleri çarpımı –1 olacaktır. Eğimi bulduğumuz normalin, geçtiği bir noktayı kullanarak denklemini yazabiliriz. Hatırlarsanız bir doğrunun denklemini yazabilmek için

1) Doğrunun eğimi
2) Doğrunun geçtiği bir nokta, gerekli idi.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y^2=4x$ parabolü ve üzerinde P(1,2) noktası veriliyor.

a) Parabolün P noktasındaki teğetinin denklemini bulunuz.

b) Parabolün P noktasındaki teğetinin eğimini bulunuz.

c) Parabolün P noktasındaki normalinin eğimini bulunuz.

d) Parabolün P noktasındaki normalinin denklemini bulunuz.

çözüm

a) $y^2=2px=4x$ ise $p=2$
Teğetin denklemi
$y_1.y=p(x+x_1)$ ise $2y=2(x+1)$
düzenlersek $x–y+1=0$

b) $ax+by+c=0$ doğrusunun eğimi $m=-\frac{a}{b}$ idi.
Buna göre, teğetin eğimi $m_{teğet}=-\frac{1}{-1}=1$

c) $m_{teğet}.m_{normal}=-1$ ise $1.m_{normal}=-1$
$m_{normal}=-1$

d) Normalin eğimi –1 ise denklemi $x+y+c=0$ şeklindedir.
P(1,2) noktası normal denklemini sağlar.
$x+y+c=0$ ise $1+2+c=0$ ve $c=-3$
Normal denklemi $x+y-3=0$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x^2=12y$ parabolü ve üzerinde P(6,3) noktası veriliyor.

a) Parabolün P noktasındaki teğetinin denklemini bulunuz.

b) Parabolün P noktasındaki teğetinin eğimini bulunuz.

c) Parabolün P noktasındaki normalinin eğimini bulunuz.

d) Parabolün P noktasındaki normalinin denklemini bulunuz.

çözüm

a) $x^2=2py=12y$ ise $p=6$
Teğetin denklemi
$x_1.x=p(y+y_1)$ ise $6x=6(y+3)$
düzenlersek $x–y–3=0$

b) Eğim$=-\frac{a}{b}=\frac{1}{-1}=1$

c) $m_{teğet}.m_{normal}=-1$ ise $1.m_{normal}=-1$
$m_{normal}=-1$

d) Normalin eğimi –1 ise denklemi $x+y+c=0$ şeklindedir.
P(6,3) noktası normal denklemini sağlar.
$x+y+c=0$ ise $6+3+c=0$ ve $c=-9$
Normal denklemi $x+y-9=0$



soru 1

Analitik düzlemde, $y^2=2x$ parabolüne, üzerindeki P(2,–2) noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x+y+1=0$ B) $x+2y+1=0$ C) $x+2y+2=0$ D) $x-2y+1=0$ E) $x-2y+2=0$

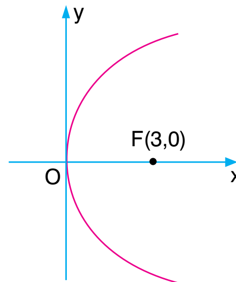
soru 2

Analitik düzlemde, $x^2=-4y$ parabolüne, üzerindeki A(6,–9) noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x+y-9=0$ B) $3x+y+6=0$ C) $3x-y+9=0$ D) $3x-y+3=0$ E) $2x+3y-6=0$

soru 3

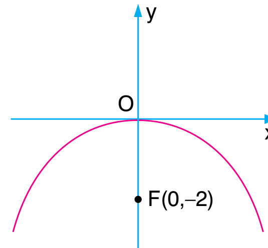
Analitik düzlemde, grafiği verilen parabole, üzerindeki ordinatı –6 olan noktadan çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



A) $x-y+3=0$ B) $x-y-3=0$ C) $x+2y-1=0$ D) $x+y+3=0$ E) $x+y-3=0$

soru 4

Analitik düzlemde, şekilde grafiği verilen parabole, üzerindeki apsisi –4 olan noktadan çizilen teğetin eğimi kaçtır?



A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 1

soru 5

Analitik düzlemde, $y^2=-12x$ parabolüne üzerindeki P(–3,6) noktasından çizilen normalin eğimi kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) $\frac{5}{2}$

soru 6

Analitik düzlemde, $y^2=16x$ parabolünün üzerindeki ordinatı –8 olan noktadan çizilen normalin eğimi kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

soru 7

Analitik düzlemde, $x^2=4y$ parabolüne apsisi 2 olan noktadan çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $x-y-1=0$ B) $x-y+2=0$ C) $x+y-1=0$ D) $x+y-3=0$ E) $x+2y-4=0$

soru 8

Analitik düzlemde, $y^2=-8x$ parabolüne, üzerindeki P(–2,4) noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x+y-2=0$ B) $x+y+5=0$ C) $x+2y-6=0$ D) $x-y-1=0$ E) $x-y+6=0$

1 – C 2 – A 3 – D 4 – E 5 – B 6 – A 7 – D 8 – E